



Language: Georgian

Day: 2

Sunday, April 14, 2024

**Problem 4.** მთელ რიცხვთა  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  მიმდევრობისთვის  $(a_i; a_j)$  ( $1 \leq i < j \leq n$ ) წყვილს, ეწოდება *საინტერესო*, თუ არსებობს ისეთი  $(a_k; a_l)$  ( $1 \leq k < l \leq n$ ) წყვილი, რომ სრულდებოდეს შემდეგი ტოლობა:

$$\frac{a_l - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

ყველა  $n \geq 3$ -თვის იპოვეთ  $n$  სიგრძის მიმდევრობაში მაქსიმალური შესაძლო საინტერესო წყვილების რაოდენობა.

**Problem 5.**  $\mathbb{N}$ -ით აღვნიშნოთ დადებით მთელ რიცხვთა სიმრავლე. იპოვეთ ყველა ისეთი  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ფუნქცია, რომელიც ნებისმიერი დადებით მთელ რიცხვთა  $(x, y)$  წყვილისთვის აკმაყოფილებს შემდეგ პირობებს:

- (i)  $x$ -სა და  $f(x)$ -ს თანაბარი რაოდენობის დადებითი გამყოფები აქვთ.
- (ii) თუ  $x$  არ ყოფს  $y$ -ს და  $y$  არ ყოფს  $x$ -ს, მაშინ

$$f(x), f(y) > f(\text{ს.გ.}(x, y)).$$

*უ.ს.გ.  $(m, n)$  არის უდიდესი დადებითი მთელი რიცხვი, რომელიც ყოფს  $m$ -სა და  $n$ -სა.*

**Problem 6.** იპოვეთ ყველა ისეთი დადებითი მთელი რიცხვი  $d$ , რომლისთვისაც არსებობს  $d$  ხარისხის ნამდვილკოეფიციენტებიანი ისეთი მრავალწევრი  $P$ , რომ  $P(0), P(1), \dots, P(d^2 - d)$  რიცხვებს შორის მოიძებნება არა უმეტეს  $d$  ცალი განსხვავებული მნიშვნელობა.

Language: Georgian

Time: 4 hours and 30 minutes  
Each problem is worth 7 points