



Language: Estonian

Day: 2

*Pühapäev, 14. aprill 2024*

**Ülesanne 4.** Täisarvude järjendi  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$  korral nimetame paari  $(a_i, a_j)$ , kus  $1 \leq i < j \leq n$ , *huvitavaks*, kui leidub täisarvude paar  $(a_k, a_\ell)$ , kus  $1 \leq k < \ell \leq n$ , mille korral

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

Leia iga  $n \geq 3$  jaoks suurim võimalik arv huvitavaid paare, mida järjend pikkusega  $n$  sisaldada saab.

**Ülesanne 5.** Olgu  $\mathbb{N}$  kõigi positiivsete täisarvude hulk. Leia kõik funktsioonid  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  nii, et järgmised tingimused kehtivad iga positiivsete täisarvude paari  $(x, y)$  korral:

- (i) Arvudel  $x$  ja  $f(x)$  on sama palju positiivseid jagajaid.
- (ii) Kui  $x$  ei jaga arvu  $y$  ja  $y$  ei jaga arvu  $x$ , siis

$$\text{SÜT}(f(x), f(y)) > f(\text{SÜT}(x, y)).$$

*Siin  $\text{SÜT}(m, n)$  tähistab suurimat positiivset täisarvu, mis jagab mõlemat arvudest  $m$  ja  $n$ .*

**Ülesanne 6.** Leia kõik positiivsed täisarvud  $d$ , mille korral leidub reaalarvuliste kordajatega  $d$ -astme polünoom  $P$  nii, et arvude  $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$  hulgas on ülimalt  $d$  erinevat väärtust.