



Language: **Bulgarian**

Day: **2**

Неделя, 14 април 2024

**Задача 4.** За редица от цели числа  $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ , една двойка  $(a_i, a_j)$ , където  $1 \leq i < j \leq n$ , се нарича *интересна*, ако съществува двойка  $(a_k, a_\ell)$ , където  $1 \leq k < \ell \leq n$ , за която

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

За всяко  $n \geq 3$ , намерете най-големия възможен брой интересни двойки в редица с дължина  $n$ .

**Задача 5.** Да се намерят всички функции  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ , такива, че за всяка двойка естествени числа  $(x, y)$  са изпълнени следните две условия:

(i)  $x$  и  $f(x)$  имат един и същи брой положителни делители.

(ii) Ако  $x$  не дели  $y$  и  $y$  не дели  $x$ , то

$$\text{НОД}(f(x), f(y)) > f(\text{НОД}(x, y)).$$

**Задача 6.** Да се намерят всички естествени числа  $d$ , за които съществува полином  $P$  от степен  $d$  с реални коефициенти, такъв, че сред  $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$  се срещат най-много  $d$  различни стойности.