



Language: **Bosnian**

Day: **2**

Nedjelja, 14. april 2024.

Zadatak 4. Za niz $a_1 < a_2 < \dots < a_n$ cijelih brojeva, par (a_i, a_j) sa $1 \leq i < j \leq n$ nazivamo *zanimljivim* ako postoji par (a_k, a_ℓ) sa $1 \leq k < \ell \leq n$ takav da vrijedi

$$\frac{a_\ell - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

Za svako $n \geq 3$, odrediti najveći mogući broj zanimljivih parova koji se mogu javiti u nizu dužine n .

Zadatak 5. Neka \mathbb{N} označava skup pozitivnih cijelih brojeva. Odrediti sve funkcije $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ takve da su sljedeći uslovi zadovoljeni za svaki par pozitivnih cijelih brojeva (x, y) :

- (i) x i $f(x)$ imaju isti broj pozitivnih djelilaca.
- (ii) Ako x ne dijeli y i y ne dijeli x , tada vrijedi

$$\gcd(f(x), f(y)) > f(\gcd(x, y)).$$

Ovdje $\gcd(m, n)$ označava najveći pozitivan cijeli broj koji dijeli m i n .

Zadatak 6. Odrediti sve pozitivne cijele brojeve d za koje postoji polinom P stepena d sa realnim koeficijentima takav da među brojevima $P(0), P(1), P(2), \dots, P(d^2 - d)$ postoji najviše d različitih vrijednosti.