2024 GEORGIA
EUROPEAN GIRLS' MATHEMATICAL OLYMPIAD

Language: **Arabic**

Day: **2**

Sunday, April 14, 2024

المسألة 4

لمتابعة $a_1 < a_2 < \ldots < a_n$ من الأعداد الصحيحة، الزوج (a_i, a_j) يقال له "شيق" حيث $1 \leq i < j \leq n$ إذا كان يوجد زوج (a_k, a_l) من الأعداد الصحيحة و $1 \leq k < l \leq n$ بحيث

$$\frac{a_l - a_k}{a_j - a_i} = 2$$

لكل $n \geq 3$. أوجد أكبر عدد ممكن من الأزواج "الشيقة" في متتابعة طولها n.

المسألة 5

ليكن $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة. أوجد جميع الدوال $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ بحيث تتحقق الشروط التالية لكل زوج من الأعداد الصحيحة الموجبة (x, y):

- $x, f(x)$ لهما نفس عدد القواسم الموجبة.
- إذا لم يكن x قاسماً لـ y و y ليست قاسماً لـ x فإن:

$$\gcd(f(x), f(y)) > f(\gcd(x, y))$$

حيث $\gcd(m, n)$ هو أكبر عدد صحيح موجب يقسم كل من m, n.

المسألة 6

أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة d التي يوجد لها كثيرة حدود P من الدرجة d ذو معاملات حقيقية بحيث توجد قيم مختلفة d على الأكثر بين $P(0), P(1), P(2), \ldots, P(d^2 - d)$.

Language: Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points