



Language: Turkish

Day: 1

Cumartesi, 13 Nisan, 2024

**Soru 1.** Başlangıçta tahtaya birbirinden farklı  $u$  ve  $v$  tam sayıları yazılmıştır. Her adımda, aşağıdaki iki işlemden biri yapılıyor:

- (i)  $a$  ve  $b$  tahtada yazılı birbirinden farklı iki tam sayı olmak üzere,  $a + b$  sayısı tahtada yazılı değilse  $a + b$  sayısını tahtaya yazabiliriz.
- (ii)  $a, b$  ve  $c$  tahtada yazılı birbirinden farklı üç sayı olmak üzere,  $ax^2 + bx + c = 0$  denklemini sağlayan bir  $x$  tam sayısı tahtada yazılı değilse  $x$  tam sayısını tahtaya yazabiliriz.

Herhangi bir tam sayının sonlu sayıda işlem sonucunda tahtaya yazılabildiğini mümkün kılan tüm  $(u, v)$  başlangıç ikililerini bulunuz.

**Soru 2.**  $AC > AB$  olan bir  $ABC$  üçgeninin çevrel çemberi  $\Omega$  ve iç teğet çember merkezi  $I$  olsun. Bu üçgenin iç teğet çemberi  $BC, CA, AB$  kenarlarına sırasıyla  $D, E, F$  noktalarında teğettir.  $X$  ve  $Y$  noktaları, iç teğet çemberin sırasıyla  $\widehat{DF}$  ve  $\widehat{DE}$  küçük yaylarının üzerinde  $\angle BXD = \angle DYC$  olacak şekilde alınıyor.  $XY$  doğrusu ile  $BC$  doğrusunun kesişim noktası  $K$  olsun.  $\Omega$  üzerinde bir  $T$  noktası,  $KT$  ile  $\Omega$  teğet olacak ve  $T$  noktası  $BC$  doğrusuna göre  $A$  ile aynı tarafta olacak şekilde alınıyor.  $TD$  ve  $AI$  doğrularının  $\Omega$  üzerinde kesiştiklerini gösteriniz.

**Soru 3.** Bir  $n$  pozitif tam sayısının her  $d$  pozitif böleni için  $d(d+1)$  sayısı  $n(n+1)$  sayısını bölüyorsa  $n$  sayısına *tuhaf* diyelim. Birbirinden farklı herhangi dört  $A, B, C$  ve  $D$  tuhaf pozitif tam sayıları için

$$\text{ebob}(A, B, C, D) = 1$$

olduğunu gösteriniz.

$\text{ebob}(A, B, C, D)$  ile  $A, B, C$  ve  $D$  sayılarının her birini bölen en büyük pozitif tam sayı gösterilmektedir.

Language: Turkish

Süre: 4 saat ve 30 dakika  
Her soru 7 puan değerindedir