



Language: **Latvian**

Day: **1**

Sestdiena, 2024.gada 13.aprīlis

1.uzdevums. Uz tāfeles ir uzrakstīti divi dažādi veseli skaitļi u un v . Mēs izpildām soļu virkni. Katrā solī mēs veicam vienu no divām darbībām:

- (i) ja a un b ir dažādi veseli skaitļi uz tāfeles, tad mēs varam uzrakstīt $a + b$ uz tāfeles, ja šāds skaitlis tur nav uzrakstīts;
- (ii) ja a, b un c ir trīs dažādi veseli skaitļi uz tāfeles un ja vesels skaitlis x apmierina $ax^2 + bx + c = 0$, tad mēs varam uzrakstīt x uz tāfeles, ja šāds skaitlis tur nav uzrakstīts.

Noteikt visus tādus sākotnējos skaitļu pārus (u, v) , ka galu galā jebkurš vesels skaitlis tiks uzrakstīts uz tāfeles pēc galīga soļu skaita.

2.uzdevums. Ap trijstūri ABC , kur $AC > AB$, apvilka riņķa līnija Ω un atlikts iecentrs I . Trijstūrī ABC ievilkta riņķa līnija pieskaras BC, CA, AB attiecīgi punktos D, E, F . Uz mazākajiem ievilktais riņķa līnijas lokiem \widehat{DF} un \widehat{DE} atlikti attiecīgi tādi punkti X un Y , ka $\angle BXD = \angle DYC$. Taisne XY krusto taisni BC punktā K . Uz riņķa līnijas Ω atlikts tāds punkts T , ka KT ir riņķa līnijas Ω pieskare un punkts T atrodas tajā pašā taisnes BC pusē, kurā atrodas punkts A . Pierādīt, ka taisnes TD un AI krustojas uz Ω .

3.uzdevums. Mēs saucam naturālu skaitli n par *savdabīgu*, ja katram naturālam skaitļa n dalītājam d naturāls skaitlis $d(d + 1)$ dala skaitli $n(n + 1)$. Pierādīt, ka katriem četriem dažādiem savdabīgiem naturāliem skaitļiem A, B, C un D atbilst sekojošais:

$$\gcd(A, B, C, D) = 1.$$

Šeit $\gcd(A, B, C, D)$ ir lielākais kopīgais skaitļu A, B, C un D dalītājs.

Language: Latvian

Laiks: 4 stundas un 30 minūtes.
Par katru uzdevumu var nopelnīt līdz 7 punktiem.