



Language: Georgian

Day: 1

Saturday, April 13, 2024

Problem 1. დაფაზე წერია ორი ერთმანეთისგან განსხვავებული u და v მთელი რიცხვი. ყოველ ჯერზე ვაკეთებთ შემდეგი მოქმედებებიდან ერთ-ერთს:

- (i) თუ დაფაზე წერია a და b განსხვავებული მთელი რიცხვები, მაშინ დაფაზე შეგვიძლია დავწეროთ $a + b$ (თუ ის უკვე არ წერია).
- (ii) თუ დაფაზე წერია a, b და c განსხვავებული მთელი რიცხვები და თუ მთელი რიცხვი x აკმაყოფილებს $ax^2 + bx + c = 0$ განტოლებას, მაშინ დაფაზე შეგვიძლია დავწეროთ x (თუ ის უკვე არ წერია).

იპოვეთ ყველა ისეთი საწყის რიცხვთა (u, v) წყვილი, რომლიდანაც სასრული სვლების შემდეგ შესაძლებელია დაფაზე დაიწეროს ნებისმიერი მთელი რიცხვი.

Problem 2. ABC სამკუთხედში $AC > AB$, და მასზე შემოხაზული წრეწირია Ω , ხოლო ჩახაზული წრეწირის ცენტრი - I . ჩახაზული წრეწირი BC, CA და AB გვერდებს ეხება შესაბამისად D, E და F წერტილებში. X და Y წერტილები შესაბამისად აღებულია ჩახაზული წრეწირის \overline{DF} და \overline{DE} მცირე რკალებზე ისე, რომ $\angle BXD = \angle DYC$. XY წრფე BC წრფეს გადაკვეთს K წერტილში. T წერტილი მდებარეობს Ω წრეწირზე ისე, რომ KT არის Ω -ს მხები და T არის BC წრფის იმ მხარეს, რომელ მხარესაც არის A . დაამტკიცეთ, რომ TD და AI წრფეები ერთმანეთს გადაკვეთენ Ω წრეწირზე.

Problem 3. დადებით მთელ რიცხვ n -ს ეწოდება *თავისებური*, თუ n -ის ნებისმიერი დადებითი d გამყოფისთვის $d(d + 1)$ ყოფს $n(n + 1)$ -ს. დაამტკიცეთ, რომ ნებისმიერი ოთხი განსხვავებული თავისებური დადებითი მთელი A, B, C და D რიცხვებისთვის სრულდება შემდეგი პირობა:

$$\text{უ. ს. გ. } (A, B, C, D) = 1.$$

უ. ს. გ. (A, B, C, D) არის უდიდესი მთელი რიცხვი, რომელიც ყოფს A -ს, B -ს, C -ს და D -ს.

Language: Georgian

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 point