



Language: **Estonian**

Day: **1**

Laupäev, 13. aprill 2024

Ülesanne 1. Tahvlile on kirjutatud kaks erinevat täisarvu u ja v . Teostame järgmiseid käike. Igal käigul sooritame ühe kahest järgnevast tegevusest:

- (i) Kui a ja b on kaks erinevat tahvlil olevat täisarvu, siis kirjutame tahvlile arvu $a + b$, kui seda seal juba ei ole.
- (ii) Kui a, b ja c on kolm erinevat tahvlil olevat täisarvu ja täisarv x on võrrandi $ax^2 + bx + c = 0$ lahendiks, siis kirjutame tahvlile arvu x , kui seda seal juba ei ole.

Leia kõik täisarvude paarid (u, v) , millest alustades on võimalik iga täisarv lõpliku arvu käikude järel tahvlile kirjutada.

Ülesanne 2. Olgu kolmnurga ABC , kus $AC > AB$, ümberringjoon Ω ning siseringjoone keskpunkt I . Siseringjoon puutub külgi BC, CA, AB vastavalt punktides D, E, F . Siseringjoone lähematel kaartel \widehat{DF} ja \widehat{DE} valitakse vastavalt punktid X ja Y nii, et $\angle BXD = \angle DYC$. Olgu K sirgete XY ja BC lõikepunkt. Olgu T selline punkt ringjoonel Ω , et KT on ringjoone Ω puutuja ning punktid T ja A asuvad ühel ja samal pool sirget BC . Tõesta, et sirgete TD ja AI lõikepunkt asub ringjoonel Ω .

Ülesanne 3. Ütleme, et positiivne täisarv n on *veider*, kui arvu n iga positiivse jagaja d korral $d(d + 1)$ jagab arvu $n(n + 1)$. Tõesta, et iga nelja erineva veidra positiivse täisarvu A, B, C ja D korral:

$$S\dot{U}T(A, B, C, D) = 1.$$

Siin $S\dot{U}T(A, B, C, D)$ tähistab suurimat positiivset täisarvu, mis jagab kõiki arve A, B, C ja D .