



Language: Arabic

Day: 1

Saturday, April 13, 2024

المسألة 1:

يمكننا كتابة عدنان صحيحان مختلفان u و v على السبورة. ثم نقوم بسلسلة من الخطوات. في كل خطوة نقوم بإحدى العمليتين التاليتين:

(i) إذا كان a و b عدنان صحيحان مختلفان على السبورة، فيمكننا كتابة $a + b$ على السبورة، إذا لم يكن موجودًا بالفعل.

(ii) إذا كانت a و b و c ثلاثة أعداد صحيحة مختلفة على السبورة، ويوجد عدد صحيح x يحقق المعادلة: $ax^2 + bx + c = 0$. فيمكننا كتابة x على السبورة، إذا لم يكن موجودًا بالفعل.

أوجد جميع الأزواج الممكنة للأعداد الصحيحة الابتدائية (u, v) التي يمكن لأي عدد في النهاية كتابته بعد تسلسل محدود من الخطوات.

المسألة 2:

ليكن ABC مثلثا حيث $AC > AB$ ، الدائرة Ω هي دائرته المحيطة والنقطة I هي مركز دائرته الداخلية التي تماس أضلاعه BC, CA, AB عند D, E, F على الترتيب. النقطتان X, Y تقعان على القوسين الأصغر DF, DE للدائرة الداخلية على الترتيب بحيث $\angle BXD = \angle DYC$. المستقيم XY يقطع المستقيم BC عند K . لنفرض أن T هي نقطة على Ω حيث يكون KT مماسا لـ Ω . النقطة T تقع على جانب المستقيم BC مثل A . أثبت أن المستقيمين TD, AI يلتقيان على الدائرة Ω .

المسألة 3:

يقال ان العدد الصحيح الموجب n غريب إذا كان لكل قاسم موجب d لعدد n ، فإن العدد $d(d + 1)$ يقسم $n(n + 1)$. أثبت أنه بالنسبة لأي أربعة أعداد صحيحة موجبة غريبة ومختلفة A, B, C, D فإن ما يلي صحيح:

$$\gcd(A, B, C, D) = 1$$

حيث $\gcd(A, B, C, D)$ هو أكبر عدد صحيح موجب يقسم كل من A, B, C, D .

Language: Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points