



Language: **Albanian (Kosovo)**

Day: **1**

E diel, 14 prill, 2024

Detyrë 1. Dy numra të plotë të ndryshëm u dhe v janë shkruar në një tabelë. Pastaj kryejmë një varg hapash. Në secilin hap, kryejmë një nga këto dy veprime:

- (i) Nëse a dhe b janë numra të ndryshëm në tabelë, atëherë mund të shkruajmë numrin $a + b$ në tabelë, nëse nuk është shkruar aty më heret.
- (ii) Nëse a, b dhe c janë tre numra të ndryshëm në tabelë, dhe nëse ndonjë numër i plotë x është i tillë që $ax^2 + bx + c = 0$, atëherë mund të shkruajmë numrin x në tabelë, nëse nuk është shkruar aty më heret.

Përcaktoni të gjitha dyshet e numrave fillestarë (u, v) prej të cilëve çdo numër i plotë mund të shkruhet në tabelë pas një numri të fundëm hapash.

Detyrë 2. Le të jetë ABC trekëndësh i tillë që $AC > AB$, dhe le të jetë Ω rrethi i jashtëshkruar i tij, kurse pika I qendra e rrethit të brendashkruar të tij. Rrethi i brendashkruar i trekëndëshit takon brinjët BC, CA, AB përkatësisht në pikat D, E, F . Le të jenë X dhe Y dy pika në harqet e vogla \widehat{DF} dhe \widehat{DE} të rrethit të brendashkruar, përkatësisht, të tilla që $\angle BXD = \angle DYC$. Drejtëza XY pret drejtëzën BC në pikën K . Le të jetë T pikë në rrethin Ω e tillë që drejtëza KT është tangjente ndaj Ω dhe T është në anën e njejtë të drejtëzës BC sikur pika A . Vërtetoni se drejtëzat TD dhe AI priten në rrethin Ω .

Detyrë 3. Një numër i plotë pozitiv n themi se është *i veçantë* nëse për çdo pjesëtues pozitiv d të n , numri $d(d + 1)$ e plotpjesëton $n(n + 1)$. Vërtetoni se nëse A, B, C dhe D janë numra të veçantë të ndryshëm, atëherë vlen:

$$\text{pmmp}(A, B, C, D) = 1.$$

Këtu $\text{pmmp}(A, B, C, D)$ është numri më i madh i plotë pozitiv i cili pjesëton të gjithë numrat A, B, C dhe D .