



Language: **Albanian**

Day: **1**

E shtunë, 13 Prill 2024

Problemi 1. Në tabelë janë shkruar dy numra të plotë të ndryshëm nga njëri tjetri. Kryejmë një varg hapash. Në secilin hap kryejmë njërin nga dy operacionet e mëposhtëm:

- (i) Në qoftë se a dhe b janë dy numra të plotë të ndryshëm të cilët janë shkruar në tabelë, atëherë mund të shkruajmë në tabelë numrin $a + b$, nëse ky numër nuk është shkruar aty më herët.
- (ii) Në qoftë se a, b dhe c janë tre numra të plotë të ndryshëm të cilët janë shkruar në tabelë, dhe nëse gjendet një numër i plotë x i cili kënaq kushtin $ax^2 + bx + c = 0$, atëherë mund të shkruajmë numrin x në tabelë, nëse ky numër nuk është shkruar aty më herët.

Gjeni të gjithë çiftet e numrave që jepen në fillim (u, v) nga ku çdo numër i plotë mund të shkruhet në tabelë pas një numri të fundëm hapash.

Problemi 2. Jepet trekëndëshi ABC në të cilin $AC > AB$, dhe shënohet me Ω rrethi që i jashtëshkruhet trekëndëshit dhe me I shënohet qendra e rrethit të brendashkruar trekëndëshit. Rrethi i brendashkruar trekëndëshit takon brinjët BC, CA, AB përkatësisht në pikat D, E, F . Le të jenë X dhe Y dy pika në harqet e vogla respektive \widehat{DF} dhe \widehat{DE} të rrethit të brendashkruar trekëndëshit, të tilla që $\angle BXD = \angle DYC$. Drejtëza XY pret drejtëzën BC në pikën K . Pika T merret në rrethin Ω e tillë që KT është tangjente me Ω dhe pika T ndodhet në të njëjtën anë të drejtëzës BC që ndodhet dhe pika A . Vërtetoni që drejtëzat TD dhe AI priten në rrethin Ω .

Problemi 3. Një numër i plotë pozitiv n quhet i *veçantë* në qoftë se, për çdo pjestues pozitiv d të n , numri i plotë $d(d + 1)$ plotpjeston $n(n + 1)$. Vërtetoni që për çdo katër numra të plotë pozitivë të veçantë të ndryshëm A, B, C dhe D , vlen vetia e mëposhtme:

$$\text{pmp}(A, B, C, D) = 1.$$

Në këtë rast $\text{pmp}(A, B, C, D)$ është numri i plotë pozitiv më i madh që plotpjeston të gjithë numrat A, B, C dhe D .

Language: Albanian

Koha e lejuar: 4 orë dhe 30 minuta
Secili problem vlen 7 pikë