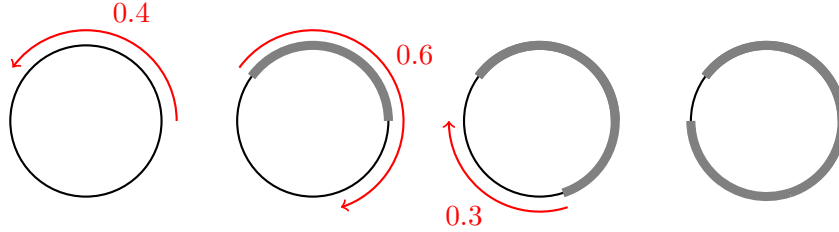


Pazar, 16 Nisan, 2023

Soru 4. Salyangoz Turbo çevresi 1 birim olan bir çemberin üzerindeki bir noktada oturmaktadır. c_1, c_2, c_3, \dots sonsuz pozitif reel sayı dizisi verildiğinde, Turbo çember üzerinde sırasıyla c_1, c_2, c_3, \dots birim uzunluğunda mesafeleri, her seferinde saat yönü veya saat yönünün tersi istikametlerinden birini seçip o yönde sürünerek kat ediyor.

Örneğin, c_1, c_2, c_3, \dots dizisi $0.4, 0.6, 0.3, \dots$ şeklinde ise, Turbo sürünmeye örnekteki gibi başlayabilir:



Aşağıdaki koşulu sağlayan en büyük $C > 0$ sabit sayısını belirleyin: Her i değerinde $c_i < C$ koşulunu sağlayan tüm c_1, c_2, c_3, \dots pozitif reel sayı dizileri için, Turbo (bu diziyi inceledikten sonra) çember üzerinde hiç uğramadığı veya üzerinden geçmediği bir nokta bulunmasını garantileyebilir.

Soru 5. Bir $s \geq 2$ pozitif tam sayısı verilmiştir. Her k pozitif tam sayısı için, bu sayının döndürülmüşü k' aşağıdaki şekilde tanımlanıyor: k sayısını $as + b$ olarak, a, b negatif olmayan tam sayılar ve $b < s$ olacak şekilde yazalım, o zaman $k' = bs + a$ dır. n bir pozitif tam sayı olmak üzere, $d_1 = n$ ve her i pozitif tam sayısı için d_{i+1} sayısı d_i sayısının döndürülmüşü olacak şekilde tanımlanan d_1, d_2, \dots sonsuz dizisini alalım.

Bu dizinin 1 sayısını içermesi için gerek ve yeter koşulun n sayısının $s^2 - 1$ ile bölümünden kalanın ya 1 ya da s olması olduğunu gösteriniz.

Soru 6. Bir ABC üçgeninin çevrel çemberi Ω olsun. B noktasını içermeyen AC yayının orta noktası S_b , C noktasını içermeyen AB yayının orta noktası S_c olsun. Çevrel çemberin BAC yayının (A noktasını içeren BC yayının) orta noktası N_a olsun. ABC üçgeninin iç teğet çember merkezi I olsun. AB doğrusuna teğet olup Ω çemberine S_b noktasında içten teğet olan çember ω_b ; AC doğrusuna teğet olup Ω çemberine S_c noktasında içten teğet olan çember ω_c olsun. IN_a doğrusu ile, ω_b ve ω_c çemberlerinin kesişim noktalarından geçen doğrunun Ω üzerinde kesiştiğini gösteriniz.

Language: Turkish

Süre: 4 saat 30 dakika
Her soru 7 puan değerindedir

Sorular 16 Nisan Pazar, 22:00 UTC (00:00 (Pazartesi) Orta Avrupa Yaz Saati ile) tarihine kadar gizli tutulmalıdır.