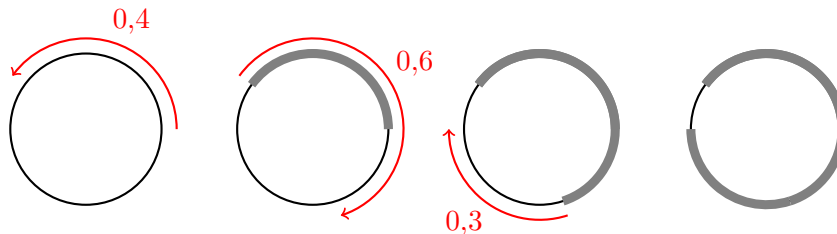


2023 m. balandžio 16 d., sekmadienis

4 uždavinys. Apskritimo, kurio ilgis lygus 1, taške tupi sraigius Turbo. Turėdamas begalinę realiųjų teigiamų skaičių seką c_1, c_2, c_3, \dots , Turbo apskritimu iš eilės nušliaužia atstumus c_1, c_2, c_3, \dots , kaskart pasirinkdamas, ar jis šliauš pagal ar prieš laikrodžio rodyklę.

Pavyzdžiui, jei seka c_1, c_2, c_3, \dots yra $0,4, 0,6, 0,3, \dots$, tai Turbo gali pradėti savo kelionę tokiu būdu:



Nustatykite didžiausią konstantą $C > 0$, kuriai teisingas teiginys: kiekvienai tokiai realiųjų teigiamų skaičių sekai c_1, c_2, c_3, \dots , kad $c_i < C$ su kiekvienu i , Turbo gali (ištyręs seką) pasirinkti tokią kelionę apskritimu, kurios metu bent vieno taško, priklausančio apskritimui, Turbo niekada nei aplankytų, nei tuo tašku prašliaužtų.

5 uždavinys. Duotas natūralusis skaičius $s \geq 2$. Kiekvienam natūraliajam skaičiui k jo pervartą k' apibrėžkime tokiu būdu: skaičius k užrašomas pavidalu $as + b$, kur a, b yra neneigiami sveikieji skaičiai ir $b < s$; tada $k' = bs + a$. Kiekvienam natūraliajam skaičiui n apibrėžkime seką d_1, d_2, \dots tokiu būdu: $d_1 = n$, o skaičius d_{i+1} yra skaičiaus d_i pervarta kiekvienam natūraliajam i .

Įrodykite: sekoje d_1, d_2, \dots yra narys, lygus 1, tada ir tik tada, kai skaičiaus n dalybos iš $s^2 - 1$ liekana lygi 1 arba s .

6 uždavinys. Apie trikampį ABC apibrėžtas apskritimas Ω . Taškai S_b ir S_c yra atitinkamai lanko AC (kuriam nepriklauso B) vidurio taškas ir lanko AB (kuriam nepriklauso C) vidurio taškas. Taškas N_a yra lanko BAC (t. y. lanko BC , kuriam priklauso A) vidurio taškas. Taškas I yra trikampio ABC įbrėžtinio apskritimo centras. Apskritimai ω_b ir ω_c yra apskritimo Ω viduje, liečia jį atitinkamai taškuose S_b ir S_c bei liečia atitinkamai tiesę AB ir tiesę AC . Įrodykite, kad tiesė IN_a bei tiesė, einanti per ω_b ir ω_c sankirtos taškus, kertasi apskritimo Ω taške.

Trikampio įbrėžtinis apskritimas yra apskritimas, esantis trikampio viduje ir liečiantis visas tris jo kraštines.