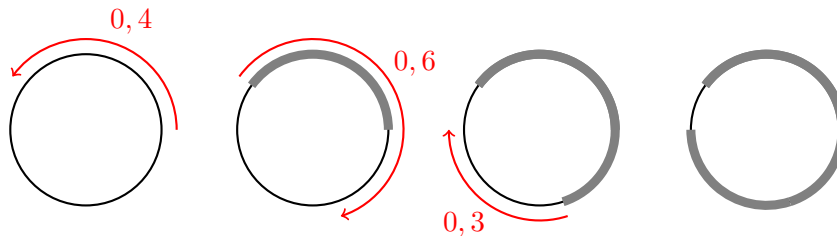


*Svētdiena, 2023. gada 16. aprīlis*

**4.uzdevums.** Čūskulēns Turbo atrodas uz riņķa līnijas ar garumu 1. Dota bezgalīga pozitīvu reālu skaitļu virkne  $c_1; c_2; c_3; \dots$ , Turbo veiksmīgi lien pa riņķa līniju ar attālumiem  $c_1; c_2; c_3; \dots$ , katru reizi izvēloties līst attālumu pulksteņa rādītāja kustības virzienā vai pretēji pulksteņa rādītāja kustības virzienam.

Piemēram, ja virkne  $c_1; c_2; c_3; \dots$  ir  $0,4; 0,6; 0,3; \dots$ , tad Turbo var līst šādi:



Atrast lielāko skaitli  $C > 0$  ar šādu īpašību: katrai pozitīvu reālu skaitļu virknei  $c_1; c_2; c_3; \dots$ , kurai  $c_i < C$  visiem  $i$ , Turbo var (pēc virknes izpētīšanas) apgalvot, ka eksistē punkts uz riņķa līnijas, kurā Turbo nekad neatradīsies vai kuru nekad nešķērsos.

**5.uzdevums.** Dots, ka  $s \geq 2$  ir naturāls skaitlis. Katru naturālu skaitli  $k$  definējam kā tā *maiņu*  $k'$  šādi: ja  $k$  uzraksta kā  $as + b$ , kur  $a, b$  ir nenegatīvi veseli skaitļi un  $b < s$ , tad  $k' = bs + a$ . Katram naturālam skaitlim  $n$  pieņemam bezgalīgu virkni  $d_1, d_2, \dots$ , kurā  $d_1 = n$  un kurā  $d_{i+1}$  ir skaitļa  $d_i$  maiņa katram naturālam skaitlim  $i$ .

Pierādīt, ka šī virkne satur 1 tad un tikai tad, ja atlikums, kad  $n$  tiek dalīts ar  $s^2 - 1$ , ir vai nu 1, vai  $s$ .

**6.uzdevums.** Ap trijstūri  $ABC$  apvilktā riņķa līnija  $\Omega$ . Uz lokiem  $AC$  un  $AB$ , kas nesatur trešo punktu, atlikti attiecīgi to viduspunkti  $S_b$  un  $S_c$ . Loka  $BAC$  (loks  $BC$  satur punktu  $A$ ) viduspunkts ir  $N_a$ . Trijstūra  $ABC$  iecentrs ir  $I$ . Riņķa līnija  $\omega_b$  pieskaras  $AB$  un iekšēji pieskaras riņķa līnijai  $\Omega$  punktā  $S_b$ , un riņķa līnija  $\omega_c$  pieskaras  $AC$  un iekšēji pieskaras riņķa līnijai  $\Omega$  punktā  $S_c$ . Pierādīt, ka taisne  $IN_a$  un taisne, kas vilkta caur riņķa līniju  $\omega_b$  un  $\omega_c$  krustpunktiem, krustojas uz riņķa līnijas  $\Omega$ .

*Par trijstūra iecentru sauc trijstūrī ievilktais riņķa līnijas centru, riņķa līniju, kas pieskaras visām trīs malām.*

Language: Latvian

Laiks: 4 stundas un 30 minūtes.

Par katru uzdevumu var nopelnīt līdz 7 punktiem.

**Uzdevumi ir konfidenciāli līdz svētdienas, 16. aprīļa, plkst. 22:00 pēc vietējā laika (plkst. 00:00 (pirmdienas) pēc Centrāleiropas vasaras laika).**