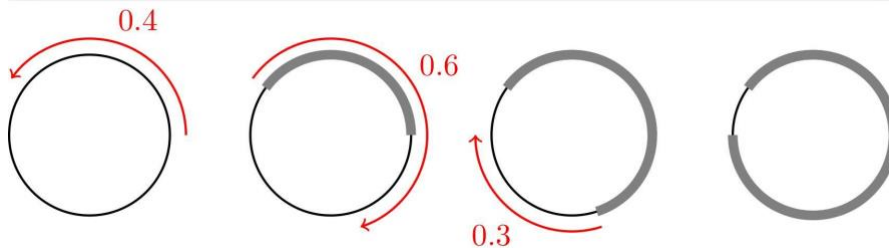


Sunday, April 16, 2023

Problem 4. ლოკოკინა სახელად ტურბო ზის წრეწირის, რომლის სიგრძე ერთეულის ტოლია, ერთ-ერთ წერტილში. მოცემულია დადებითი ნამდვილი რიცხვების უსასრულო მიმდევრობა $c_1, c_2, c_3, \dots$. ტურბოს შეუძლია $c_1, c_2, c_3, \dots$ დისტანციების გავლა წრეწირზე. ამასთან, ყოველ ჯერზე იგი ირჩევს, წავიდეს საათის ისრის მიმართულებით თუ საათის ისრის საწინააღმდეგო მიმართულებით.

მაგალითად, თუ მიმდევრობა $c_1, c_2, c_3, \dots$ არის $0.4, 0.6, 0.3, \dots$, მაშინ ტურბომ შეიძლება იმოძრაოს შემდეგნაირად:



განსაზღვრეთ უდიდესი მუდმივი $C > 0$, რომელსაც აქვს შემდეგი თვისება: ნებისმიერი დადებითი ნამდვილი რიცხვების $c_1, c_2, c_3, \dots$ მიმდევრობისთვის, სადაც $c_i < C$ ნებისმიერი i -თვის, ტურბოს შეუძლია (ამ მიმდევრობის შესწავლის შემდეგ) უზრუნველყოს, რომ წრეწირზე მოიძებნოს წერტილი, რომელსაც იგი არასდროს გაივლის და მასზე არასდროს გაჩერდება.

Problem 5. მოცემულია დადებითი მთელი რიცხვი $s \geq 2$. ნებისმიერი დადებითი მთელი k რიცხვისთვის განვმარტოთ მისი ამობრუნებული k' შემდეგნაირად: თუ $k = as + b$, სადაც a და b არაუარყოფითი მთელი რიცხვებია და $b < s$, მაშინ $k' = bs + a$. დადებითი მთელი n რიცხვისთვის განვიხილოთ უსასრულო მიმდევრობა $d_1, d_2, \dots$, სადაც $d_1 = n$ და d_{i+1} არის d_i -ს ამობრუნებული ნებისმიერი დადებითი მთელი i -თვის.

დაამტკიცეთ, რომ ეს მიმდევრობა შეიცავს რიცხვს 1-იანს მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა n -ის $s^2 - 1$ -ზე გაყოფის შედეგად მიღებული ნაშთი არის ან 1 ან s .

Problem 6. მოცემულია ABC სამკუთხედი. მასზე შემოხაზული წრეწირია Ω . S_b და S_c არის შესაბამისად AC და AB რკალების, რომლებიც არ შეიცავენ სამკუთხედის მესამე წვეროს, შუაწერტილები. N_a -თი აღვნიშნოთ BAC რკალის (BC რკალი, რომელიც შეიცავს A წერტილს) შუაწერტილი. I არის ABC სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირის ცენტრი. ω_b არის წრეწირი, რომელიც ეხება AB -ს და შიგნიდან ეხება Ω -ს S_b წერტილში, ხოლო ω_c არის წრეწირი, რომელიც ეხება AC -ს და შიგნიდან ეხება Ω -ს S_c წერტილში. აჩვენეთ, რომ IN_a წრფე და ω_b -სა და ω_c -ს გადაკვეთის წერტილებზე გამავალი წრფე იკვეთება Ω -ზე.

სამკუთხედში ჩახაზული წრეწირი არის წრეწირი, რომელიც ეხება სამკუთხედის სამივე გვერდს.

Language: Georgian

Time: 4 საათი და 30 წუთი

თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით

The problems are confidential until Sunday 16 April, 22:00 UTC (00:00 (Monday) Central European Summer Time).