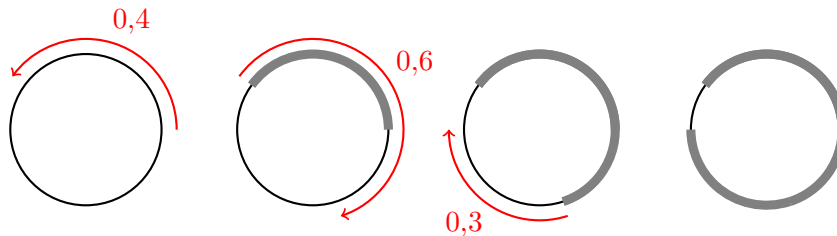


*Pühapäev, 16. aprill 2023*

**Ülesanne 4.** Tigu Turbo istub mingis punktis ringjoonel übermööduga 1. Antud on lõpmatu positiivsete reaalarvude jada  $c_1, c_2, c_3, \dots$ . Turbo roomab järgemööda ringjoonel mööda kaari pikkusega  $c_1, c_2, c_3, \dots$ , valides iga arvu jaoks, kas roomata selle pikkuse jagu päri- või vastupäeva.

Näiteks kui  $c_1, c_2, c_3, \dots$  on  $0,4, 0,6, 0,3, \dots$ , siis võib Turbo alustada roomamist järgmiselt:



Leia suurim konstant  $C > 0$ , millel on järgmine omadus: iga positiivsete reaalarvude jada  $c_1, c_2, c_3, \dots$  puhul, kus  $c_i < C$  iga  $i$  jaoks, saab Turbo (pärast jada uurimist) kindlasti teha nii, et ringjoonel leidub punkt, mida ta kunagi ei külasta või sellest üle ei rooma.

**Ülesanne 5.** Antud on positiivne täisarv  $s \geq 2$ . Iga positiivse täisarvu  $k$  jaoks leiame tema *keerdarvu*  $k'$  järgmiselt: kirjutame  $k = as + b$ , kus  $a, b$  on mittenegatiivsed täisarvud ja  $b < s$ . Siis  $k' = bs + a$ . Olgu  $n$  positiivne täisarv. Vaatame lõpmatut jada  $d_1, d_2, \dots$ , kus  $d_1 = n$  ja  $d_{i+1}$  on arvu  $d_i$  keerdarv iga positiivse täisarvu  $i$  jaoks.

Tõesta, et selles jadas on arv 1 siis ja ainult siis, kui arvu  $n$  arvuga  $s^2 - 1$  jagamisel saadav jääk on kas 1 või  $s$ .

**Ülesanne 6.** Olgu  $ABC$  kolmnurk ümberringjoonega  $\Omega$ . Olgu  $S_b$  ja  $S_c$  vastavalt ringjoone selliste kaarte  $AC$  ja  $AB$  keskpunktid, mis ei sisalda kolmnurga kolmandat tippu. Olgu  $N_a$  kaare  $BAC$  keskpunkt (kaare  $BC$ , mis sisaldab punkti  $A$ ). Olgu  $I$  kolmnurga  $ABC$  siseringjoone keskpunkt. Olgu  $\omega_b$  ringjoon, mis puutub sirget  $AB$  ja mis puutub ringjoont  $\Omega$  seesmiselt punktis  $S_b$ . Olgu  $\omega_c$  ringjoon, mis puutub sirget  $AC$  ja mis puutub ringjoont  $\Omega$  seesmiselt punktis  $S_c$ . Näita, et sirge  $IN_a$  ja sirge, mis läbib ringjoonte  $\omega_b$  ja  $\omega_c$  lõikepunkte, lõikuvad ringjoonel  $\Omega$ .

*Kolmnurga siseringjoon on ringjoon, mis puutub kõiki kolmnurga külgi.*