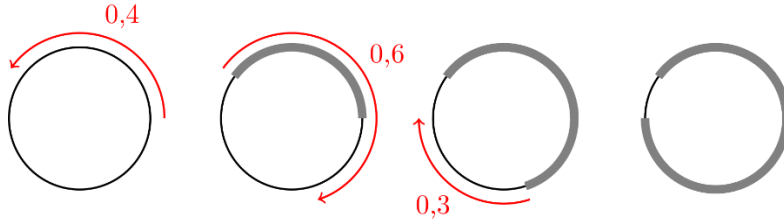


Sunday, April 16, 2023

**المسألة 4.** يجلس الحلزون تربو في نقطة على دائرة محيطها 1. معطى تسلسل لانتهائي من الأعداد الحقيقية الموجبة  $c_1, c_2, \dots, c_n$ . يزحف تربو على التوالي المسافات  $c_1, c_2, \dots, c_n$  حول الدائرة، في كل مرة يختار الزحف إما في اتجاه عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة. على سبيل المثال، إذا كان التسلسل  $c_1, c_2, \dots, c_n$  هو  $0.4, 0.6, 0.3, \dots$ ، فإن تربو قد يبدأ في الزحف على النحو التالي:



حدد أكبر ثابت  $C > 0$  بالخاصية التالية: لكل متتابة أعداد موجبة حقيقية  $c_1, c_2, \dots, c_n$  و  $c_i < C$  لكل  $i$ ، يمكن لتربو (بعد دراسة المتتابة) التأكد من وجود نقطة ما في الدائرة لن يزورها أبداً أو يزحف عبرها.

**المسألة 5.** لدينا  $S \geq 2$  عدد صحيح موجب. لكل عدد صحيح موجب  $k$ ، نعرف **معكوسه**  $k'$  على النحو التالي: اكتب  $k$  على صورة  $as + b$ ، حيث  $a, b$  صحيحان غير سالبين و  $b < s$ ، فإن  $k' = bs + a$ . للعدد الصحيح الموجب  $n$ ، اعتبر المتتابة الغير منتهية  $d_1, d_2, \dots$  حيث  $d_1 = n$  و  $d_{i+1}$  هي معكوس  $d_i$  لكل عدد صحيح موجب  $i$ . أثبت أن هذا المتتابة تحتوي على 1 إذا وفقط إذا كان باقي قسمة  $n$  على  $s^2 - 1$  هو إما 1 أو  $s$ .

**المسألة 6.** ليكن  $ABC$  مثلثاً دائرته المحيطة  $\Omega$ . لتكن  $S_b, S_c$  تواليًا هما منتصفى القوسين  $AC, AB$  اللذين لا يحتويان الرأس الثالث. لتكن  $N_a$  منتصف القوس  $BAC$  (القوس  $BC$  متضمنًا نقطة  $A$ ). لتكن  $I$  المركز الداخلي للمثلث  $ABC$ . لتكن  $\omega_b$  هي الدائرة التي تمس  $AB$  وتمس  $\Omega$  داخليًا عند  $S_b$ ، و  $\omega_c$  هي الدائرة التي تمس  $AC$  وتمس  $\Omega$  داخليًا عند  $S_c$ . برهن أن المستقيم  $IN_a$  والمستقيم  $\omega_b, \omega_c$  يتقاطعان على  $\Omega$ .

Language: Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes  
Each problem is worth 7 points

The problems are confidential until Sunday 16 April, 22:00 UTC (00:00 (Monday) Central European Summer Time).