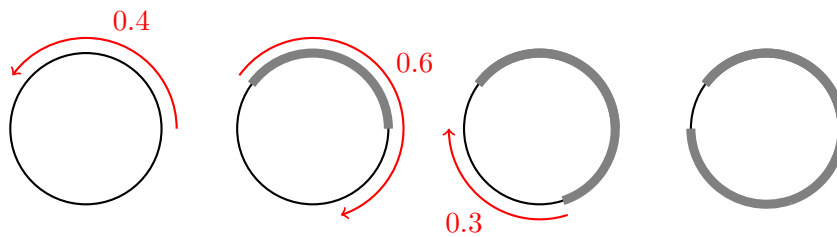


*E diel, 16 prill, 2023*

**Detyrë 4.** Kërmilli Turbo gjendet në një pikë të një rrethi me perimetër 1. Sipas një vargu të dhënë të pafundëm numrash realë pozitivë  $c_1, c_2, c_3, \dots$ , Turbo zvarritet përgjatë rrethit duke përshkuar me radhë distancat  $c_1, c_2, c_3, \dots$ , secilën herë duke zgjedhur të zvarritet ose në kah të akrepave të orës, ose në kah të kundërt të akrepave të orës.

Për shembull, nëse vargu  $c_1, c_2, c_3, \dots$  është  $0.4, 0.6, 0.3, \dots$ , atëherë Turbo mund të fillojë të zvarritet si vijon:



Gjeni konstantën më të madhe  $C > 0$  me vetinë vijuese: për çdo varg të numrave realë pozitivë  $c_1, c_2, c_3, \dots$  të tillë që  $c_i < C$  për çdo  $i$ , Turbo mund (pasi të analizojë vargun) të sigurojë se ekziston një pikë në rreth të cilën kurrë nuk do ta vizitojë apo zvarritet nëpër të.

**Detyrë 5.** Është dhënë një numër i plotë pozitiv  $s \geq 2$ . Për çdo numër të plotë pozitiv  $k$ , përkufizojmë *përdredhjen* e tij  $k'$  si vijon: nëse shkruajmë  $k$  në formën  $as + b$ , ku  $a, b$  janë numra të plotë jo-negativë dhe  $b < s$ , atëherë  $k' = bs + a$ . Për një numër të plotë pozitiv  $n$ , marrim parasysh vargun e pafundëm  $d_1, d_2, \dots$  ku  $d_1 = n$  dhe  $d_{i+1}$  është përdredhja e  $d_i$  për çdo numër të plotë pozitiv  $i$ .

Vërtetoni se ky varg përmban numrin 1 atëherë dhe vetëm atëherë kur mbetja e pjesëtim të numrit  $n$  me  $s^2 - 1$  është ose 1 ose  $s$ .

**Detyrë 6.** Le të jetë  $ABC$  trekëndësh me rreth të jashtëshkruar  $\Omega$ . Le të jenë  $S_b$  dhe  $S_c$  meset e harqeve  $AC$  dhe  $AB$  që nuk përmbajnë kulmin e tretë të trekëndëshit, përkatësisht. Le të jetë  $N_a$  mesi i harkut  $BAC$  (përkatësisht harkut  $BC$  që përmban pikën  $A$ ). Le të jetë  $I$  qendra e rrethit të brendashkruar të trekëndëshit  $ABC$ . Le të jetë  $\omega_b$  rrethi tangjent me  $AB$  si dhe tangjent së brendshmi ndaj  $\Omega$  në pikën  $S_b$ , dhe le të jetë  $\omega_c$  rrethi i cili është tangjent me  $AC$  dhe tangjent së brendshmi ndaj  $\Omega$  në pikën  $S_c$ . Tregoni se drejtëza  $IN_a$  dhe drejtëza që kalon nëpër pikëprerjet e  $\omega_b$  dhe  $\omega_c$ , priten në  $\Omega$ .

*Qendra e rrethit të brendashkruar të një trekëndëshi është qendra e rrethit brenda trekëndëshit i cili është tangjent ndaj të gjitha brinjëve.*

Language: Albanian (Kosovo)

Koha e lejuar: 4 orë dhe 30 minuta  
Secila detyrë vlerësohet me 7 pikë

**Detyrat nuk duhet të shpërndahen deri të dielen, 16 prill, 22:00 UTC (00:00 (e hënë) sipas kohës verore të Evropës Qendrore).**