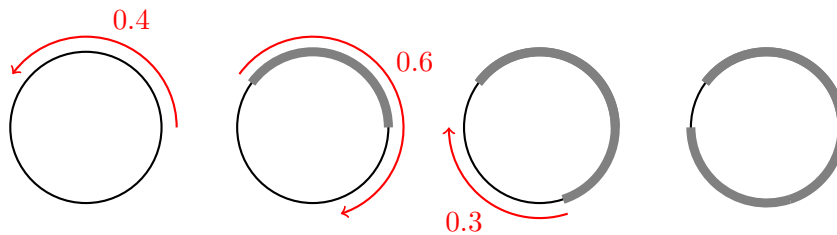


*E diel, 16 Prill 2023*

**Problemi 4.** Kërmilli Turbo qëndron në një pikë të një rrethi me perimetër 1. Duke ditur se është dhënë një varg i pafundëm numrash realë pozitivë  $c_1, c_2, c_3, \dots$ , Turbo zvarritet përgjatë rrethit duke përshtuar në mënyrë të njëpasnjëshme distancat  $c_1, c_2, c_3, \dots$ , duke zgjedhur çdo herë të zvarritet ose në drejtim të lëvizjes së akrepave të orës ose në drejtim të kundërt të lëvizjes së tyre.

Për shembull, në qoftë se vargu  $c_1, c_2, c_3, \dots$  është  $0.4, 0.6, 0.3, \dots$ , atëherë Turbo mund të fillojë të zvarritet siç tregohet më poshtë:



Gjeni konstanten më të madhe  $C > 0$  që plotëson kushtin e mëposhtëm: për çdo varg numrash realë pozitivë  $c_1, c_2, c_3, \dots$  të tillë që  $c_i < C$  për çdo  $i$ , Turbo mund (pasi e studion vargun) të sigurojë që gjendet një pikë në rreth të cilën kurrë nuk e viziton apo të zvarritet nëpër të.

**Problemi 5.** Jepet numri i plotë pozitiv  $s \geq 2$ . Për çdo numër të plotë pozitiv  $k$ , përkufizohet *binjaku* i tij  $k'$  si më poshtë: nëse shkruajmë  $k$  në trajtën  $as + b$ , ku  $a, b$  janë numra të plotë jonegativë dhe  $b < s$ , atëherë  $k' = bs + a$ . Për numrin e plotë pozitiv  $n$ , marrim parasysh vargun e pafundëm  $d_1, d_2, \dots$  ku  $d_1 = n$  dhe  $d_{i+1}$  është binjaku i  $d_i$  për çdo numër të plotë pozitiv  $i$ .

Vërtetoni se ky varg përmban numrin 1 atëherë dhe vetëm atëherë kur mbetja e pjesimit të numrit  $n$  me  $s^2 - 1$  është ose 1 ose  $s$ .

**Problemi 6.** Jepet trekëndëshi  $ABC$  dhe rrethi  $\Omega$  që i jashtëshkruhet këtij trekëndëshi. Pikat  $S_b$  dhe  $S_c$  janë përkatësisht meset e harqeve  $AC$  dhe  $AB$  të cilat nuk përmbajnë kulmin e tretë të trekëndëshit. Pika  $N_a$  është mesi i harkut  $BAC$  (harku  $BC$  që përmban pikën  $A$ ). Shënohet me  $I$  qendra e rrethit të brendashkruar trekëndëshit  $ABC$ . Le të jetë  $\omega_b$  rrethi tangjent me  $AB$  si dhe tangjent së brendshmi ndaj rrethit  $\Omega$  në pikën  $S_b$ , dhe le të jetë  $\omega_c$  rrethi tangjent me  $AC$  si dhe tangjent së brendshmi ndaj rrethit  $\Omega$  në pikën  $S_c$ . Tregoni se drejtëza  $IN_a$  dhe drejtëza që kalon në pikëprerjet e rrathëve  $\omega_b$  dhe  $\omega_c$ , priten në rrethin  $\Omega$ .

*Qendra e rrethit të brendashkruar të një trekëndëshi është qendra e rrethit tangjent së brendshmi me të trija brinjët e tij.*

Language: Albanian

Koha e lejuar: 4 orë dhe 30 minuta  
Secili problem vlen 7 pikë

**Problemat te mbahen në konfidencialitet deri të diel 16 Prill, 22:00 UTC (00:00 (E hënë) Koha Verore e Evropës Qëndrore).**