



Language: Turkish

Day: 1

Cumartesi, 15 Nisan, 2023

Soru 1. $n \geq 3$ olmak üzere, a_1, a_2, \dots, a_n pozitif reel sayıları verilmiştir. Her $1 \leq i \leq n$ için $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ olsun (burada a_0 sayısı a_n , ve a_{n+1} sayısı a_1 olarak tanımlanmıştır). Her $i, j \in [1, 2, \dots, n]$ için $a_i \leq a_j$ ancak ve ancak $b_i \leq b_j$ dir.

$a_1 = a_2 = \dots = a_n$ olduğunu ispatlayınız.

Soru 2. Dar açılı bir ABC üçgeni verilmiştir. Bu üçgenin çevrel çemberi üzerinde AD çap olacak şekilde bir D noktası alınmıştır. Sırasıyla AB ve AC doğru parçaları üzerinde yer alan K ve L noktaları için, DK ve DL doğruları AKL üçgeninin çevrel çemberine teğettir.

KL doğrusunun ABC üçgeninin diklik merkezinden geçtiğini gösterin.

Bir üçgenin diklik merkezi, o üçgenin yüksekliklerinin kesiştikleri noktadır.

Soru 3. k bir pozitif tam sayı olsun. Lexi'nin, sadece A ve B harflerini içeren k harfli kelimelerden oluşan bir \mathcal{D} sözlüğü vardır. Lexi, $k \times k$ boyutlarında bir satranç tahtasının birim karelerinin her birine ya A ya da B harfini, her satır soldan sağa okunduğunda \mathcal{D} de bulunan bir kelime oluşacak ve her sütun yukarıdan aşağıya okunduğunda \mathcal{D} de bulunan bir kelime oluşacak şekilde yazmak istiyor.

En az m farklı kelime içeren her \mathcal{D} sözlüğü için Lexi tahtayı istediği biçimde doldurabiliyorsa m tam sayısının alabileceği en küçük değer nedir?

Language: Turkish

Süre: 4 saat 30 dakika
Her soru 7 puan değerindedir

Sorular 16 Nisan Pazar, 22:00 UTC (00:00 (Pazartesi) Orta Avrupa Yaz Saati ile) tarihine kadar gizli tutulmalıdır.