



Language: Norwegian

Day: 1

Lørdag 15. april 2023

Oppgave 1. Det er $n \geq 3$ positive reelle tall a_1, a_2, \dots, a_n . For hver $1 \leq i \leq n$ lar vi $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (her er $a_0 = a_n$ og $a_{n+1} = a_1$). Anta at for alle $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ så gjelder det at $a_i \leq a_j$ hvis og bare hvis $b_i \leq b_j$.

Vis at $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Oppgave 2. La ABC være en spissvinklet trekant. La D være punktet på trekantens omsirkel slik at AD er en diameter. Anta at punktene K og L ligger på henholdsvis linjestykket AB og linjestykket AC , og at DK og DL tangerer omsirkelen til AKL .

Vis at ortosenteret til ABC ligger på linjen KL .

Ortosenteret til en trekant er skjæringspunktet til trekantens høyder.

Oppgave 3. La k være et positivt heltall. Lexi har en ordbok \mathcal{D} som inneholder noen ord på k bokstaver, der alle bokstaver er enten A eller B . Lexi vil gjerne skrive enten A eller B i hver rute i et $k \times k$ rutenett slik at hver kolonne inneholder et ord fra \mathcal{D} når man leser fra topp til bunn, og hver rad inneholder et ord fra \mathcal{D} når man leser fra venstre til høyre.

Hva er det minste heltallet m slik at hvis \mathcal{D} inneholder minst m ulike ord så vil Lexi alltid kunne fylle rutenettet på denne måten, uansett hvilke ord som er i \mathcal{D} ?

Language: Norwegian

Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng

Oppgavene er hemmelige frem til søndag 16. april kl. 22:00 UTC (mandag kl 00:00 norsk tid).