



Language: **Lithuanian**

Day: **1**

2023 m. balandžio 15 d., šeštadienis

1 uždavinys. Duota n realiųjų teigiamų skaičių a_1, a_2, \dots, a_n ; čia $n \geq 3$. Nagrinėkime n skaičių $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$, kur $i = 1, 2, \dots, n$ (čia skaičiai a_0 ir a_{n+1} apibrėžiami lygybėmis $a_0 = a_n$ ir $a_{n+1} = a_1$). Tarkime, kad visoms i ir j reikšmėms aibėje $\{1, 2, \dots, n\}$ teisingas toks teiginys: $a_i \leq a_j$ tada ir tik tada, kai $b_i \leq b_j$.

Įrodykite, kad $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

2 uždavinys. Duotas smailusis trikampis ABC . Pažymėtas toks jo apibrėžtinio apskritimo taškas D , kad atkarpa AD yra šio apskritimo skersmuo. Atkarpose AB ir AC atitinkamai pažymėti tokie taškai K ir L , kad tiesės DK ir DL liečia trikampio AKL apibrėžtinį apskritimą.

Įrodykite, kad trikampio ABC ortocentras yra tiesėje KL .

Trikampio ortocentras yra to trikampio aukštinių sankirtos taškas.

3 uždavinys. Duotas natūralusis skaičius k . Leksė turi žodyną \mathcal{D} , kurį sudaro raidžių sekos. Kiekvienoje sekoje yra lygiai k raidžių, iš kurių kiekviena yra A arba B . Leksė ketina $k \times k$ lentelės kiekviename langelyje įrašyti po vieną raidę – A arba B . Ji nori, kad kiekvienoje eilutėje, skaitant ją iš kairės į dešinę, būtų seka, esanti žodyne \mathcal{D} , ir kiekviename stulpelyje, skaitant jį iš viršaus į apačią, būtų seka, esanti žodyne \mathcal{D} .

Nustatykite mažiausią natūralųjį skaičių m , kuriam teisingas teiginys: jei žodyne \mathcal{D} yra mažiausiai m skirtingų sekų, tai lentelę įmanoma užpildyti nurodytu būdu nepriklausomai nuo to, kurios sekos sudaro \mathcal{D} .

Language: Lithuanian

Darbo trukmė: 4 val. 30 min.
Kiekvieno uždavinio vertė yra 7 taškai

Uždaviniai yra slapti iki balandžio 17 d. (pirmadienio) 00:00.