



Language: Italian

Day: 1

Sabato, 15 Aprile 2023

Problema 1. Sono dati $n \geq 3$ numeri reali positivi a_1, a_2, \dots, a_n . Per ogni $1 \leq i \leq n$ definiamo $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (qui per a_0 si intende a_n e per a_{n+1} si intende a_1). Si assuma che, per ogni i e j tra 1 ed n , si abbia $a_i \leq a_j$ se e solo se $b_i \leq b_j$.

Si dimostri che $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Problema 2. È dato un triangolo acutangolo ABC . Sia D il punto sulla sua circoscritta tale che AD è diametro. Si considerino i punti K ed L giacenti sui segmenti AB e AC , rispettivamente, tali che DK e DL siano tangenti alla circoscritta ad AKL .

Dimostrare che la retta KL passa per l'ortocentro di ABC .

L'ortocentro di un triangolo è il punto di intersezione delle sue altezze.

Problema 3. Sia k un intero positivo. Lucia ha un dizionario \mathcal{D} composto da alcune stringhe di lunghezza k , contenenti solo le lettere A e B . Lucia vorrebbe scrivere la lettera A o la lettera B in ciascuna cella di una griglia $k \times k$, in modo tale che ogni colonna contenga una stringa di \mathcal{D} quando letta dall'alto verso il basso, e ogni riga contenga una stringa di \mathcal{D} quando letta da sinistra verso destra.

Qual'è il più piccolo intero m tale che, se \mathcal{D} contiene almeno m stringhe distinte, allora Lucia può compilare la griglia in questo modo, indipendentemente da quali stringhe siano contenute in \mathcal{D} ?

Language: Italian

Tempo a disposizione: 4 ore e 30 minuti
Ogni problema vale fino a 7 punti

I problemi devono rimanere riservati fino a Domenica 16 Aprile, 22:00 UTC (23:59 nel Fuso orario estivo dell'Europa Centrale).