

Saturday, April 15, 2023

Problem 1. მოცემულია $n \geq 3$ ცალი დადებითი ნამდვილი რიცხვი a_1, a_2, \dots, a_n . ნებისმიერი i -თვის, სადაც $1 \leq i \leq n$, განსაზღვრულია ახალი მიმდევრობა შემდეგნაირად: $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (აქ $a_0 = a_n$ და $a_{n+1} = a_1$). ცნობილია, რომ ნებისმიერი i და j რიცხვებისთვის, სადაც $1 \leq i, j \leq n$, სრულდება შემდეგი პირობა: $a_i \leq a_j$ მაშინ და მხოლოდ მაშინ, როცა $b_i \leq b_j$.
დაამტკიცეთ, რომ $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Problem 2. მოცემულია ABC მახვილკუთხა სამკუთხედი. D წერტილი მასზე შემოხაზულ წრეწირზე მდებარეობს ისე, რომ AD დიამეტრია. დავუშვათ, K და L წერტილები მდებარეობს შესაბამისად AB და AC გვერდებზე ისე, რომ DK და DL ეხება AKL სამკუთხედზე შემოხაზულ წრეწირს.
აჩვენეთ, რომ KL წრფე გადის ABC სამკუთხედის ორთოცენტრზე.

სამკუთხედის ორთოცენტრი ეწოდება ამ სამკუთხედის სიმალეების გადაკვეთის წერტილს.

Problem 3. მოცემულია დადებითი მთელი რიცხვი k . ლექსის აქვს ლექსიკონი D , რომელიც შეიცავს რამდენიმე k ზომის სიტყვას. თითოეული სიტყვა შედგება მხოლოდ A და B ასოებისგან. ლექსის უნდა, რომ $k \times k$ ზომის ცხრილის თითოეულ უჯრაში ჩანეროს A ან B ასო ისე, რომ ყოველი სვეტი შეიცავდეს სიტყვას D -დან, როდესაც ვკითხულობთ ზემოდან ქვემოთ, და ყოველი სტრიქონი შეიცავდეს სიტყვას D -დან, როდესაც ვკითხულობთ მარცხნიდან მარჯვნივ.

იპოვეთ უმცირესი დადებითი მთელი რიცხვი m , რომლისთვისაც სრულდება შემდეგი პირობა: თუ D შეიცავს მინიმუმ m ცალ განსხვავებულ სიტყვას, მიუხედავად ამ სიტყვებისა, ლექსი შეძლებს ცხრილის შევსებას მაღლა აღწერილი წესების მიხედვით.

Language: Georgian

Time: 4 საათი და 30 წუთი
თითოეული ამოცანა ფასდება 7 ქულით

The problems are confidential until Sunday 16 April, 22:00 UTC (00:00 (Monday) Central European Summer Time).