



Language: Dutch

Day: 1

Zaterdag 15 April 2023

Opgave 1. Er bestaan $n \geq 3$ (strikt) positieve reële getallen a_1, a_2, \dots, a_n en voor elke $1 \leq i \leq n$ definiëren we $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (hier definiëren we a_0 als a_n en a_{n+1} als a_1). Veronderstel dat voor alle $1 \leq i, j \leq n$ geldt dat $a_i \leq a_j$ dan en slechts dan als $b_i \leq b_j$.

Bewijs dat $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Opgave 2. Zij $\triangle ABC$ een scherphoekige driehoek en D het punt op de omgeschreven cirkel van $\triangle ABC$, zodat AD een middellijn van deze cirkel is. Veronderstel dat er punten K en L bestaan op het inwendige van zijden AB respectievelijk AC , zodat DK en DL allebei raken aan de omgeschreven cirkel van $\triangle AKL$.

Bewijs dat de lijn KL door het hoogtepunt gaat van $\triangle ABC$.

Het hoogtepunt van een driehoek is het punt waar de hoogtelijnen elkaar snijden.

Opgave 3. Laat k een (strikt) positief geheel getal. Lexi heeft een woordenboek \mathcal{W} dat bestaat uit een aantal woorden van lengte k die alleen de letters A en B bevatten. Lexi wil graag in elk vakje van een $k \times k$ bord een letter A of een letter B schrijven, zodat elke kolom (van boven naar beneden) een woord uit het woordenboek \mathcal{W} is en elk rij (van links naar rechts) ook een woord uit het woordenboek \mathcal{W} is.

Wat is het kleinste gehele getal m zodat als \mathcal{W} ten minste m verschillende woorden bevat, Lexi altijd op deze manier haar bord kan invullen onafhankelijk van de woorden in het woordenboek \mathcal{W} ?

Language: Dutch

Beschikbare tijd: 4 uur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard.

Om de wedstrijd voor iedereen eerlijk en leuk te houden, is het verboden om op sociale media of op het internet de opgaven te publiceren of om daar naar de opgaven te verwijzen tot en met zondag 16 april 23:59 (Nederlandse en Sloveense tijd).