



Language: Danish

Day: 1

Lørdag d. 15. april 2023

**Opgave 1.** Der er  $n \geq 3$  positive reelle tal  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . For hvert  $1 \leq i \leq n$  lad  $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$  (her er  $a_0 = a_n$  og  $a_{n+1} = a_1$ ). Antag at der for alle  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$  gælder at  $a_i \leq a_j$  hvis og kun hvis  $b_i \leq b_j$ .

Vis at  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ .

**Opgave 2.** Lad  $ABC$  være en spidsvinklet trekant. Lad  $D$  være punktet på trekantens omskrevne cirkel så  $AD$  er en diameter. Antag at  $K$  og  $L$  er punkter på henholdsvis linjestykket  $AB$  og linjestykket  $AC$ , og at linjerne  $DK$  og  $DL$  tangerer den omskrevne cirkel til trekant  $AKL$ .

Vis at højdernes skæringspunkt i trekant  $ABC$  ligger på linjen  $KL$ .

**Opgave 3.** Lad  $k$  være et positivt helt tal. Lexi har en ordbog  $\mathcal{D}$  som indeholder nogle ord med  $k$  bogstaver hvor alle bogstaver er  $A$  eller  $B$ . Lexi vil gerne skrive enten  $A$  eller  $B$  i hvert felt i en  $k \times k$  tabel så hver søjle indeholder et ord fra  $\mathcal{D}$  når man læser fra oven og ned, og hver række indeholder et ord fra  $\mathcal{D}$  når man læser fra højre mod venstre.

Hvad er det mindste heltal  $m$  sådan at hvis  $\mathcal{D}$  indeholder mindst  $m$  forskellige ord, da kan Lexi udfylde tabellen på denne måde uanset hvilke ord der er i  $\mathcal{D}$ .

Language: Danish

Varighed: 4 timer og 30 minutter  
Hver opgave er 7 point værd

Opgaverne er hemmelige indtil mandag d. 17. april 00:00 CEST.