



Language: **Bosnian**

Day: **1**

subota, 15. april, 2023

Zadatak 1. Dato je $n \geq 3$ pozitivnih realnih brojeva a_1, a_2, \dots, a_n . Za svako $1 \leq i \leq n$ neka je $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (ovdje pretpostavljamo da je $a_0 = a_n$ i $a_{n+1} = a_1$). Pretpostavimo da za sve i, j iz skupa $\{1, 2, \dots, n\}$ vrijedi da je $a_i \leq a_j$ ako i samo ako je $b_i \leq b_j$.

Dokazati da je $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Zadatak 2. Dat je oštrogli trougao ABC . Neka je D tačka na opisanoj kružnici tog trougla tako da je AD prečnik te kružnice. Pretpostavimo da tačke K i L leže na dužima AB i AC , redom, tako da su DK i DL tangente na kružnicu opisanu oko trougla AKL .

Dokazati da prava KL prolazi kroz ortocentar trougla ABC .

Ortocentar trougla je tačka presjeka njegovih visina.

Zadatak 3. Neka je k prirodan broj. Leki ima rječnik \mathcal{D} koji se sastoji od riječi. Svaka riječ je duga k slova, a svako slovo je jednako A ili B . Leki želi da u svako polje $k \times k$ ploče upiše ili slovo A ili slovo B tako da je svaka kolona ploče jednaka nekoj riječi iz \mathcal{D} kada se čita odozgo prema dole i svaki red ploče je jednak nekoj riječi iz \mathcal{D} kada se čita slijeva na desno.

Koji je najmanji prirodan broj m sa osobinom da ako \mathcal{D} sadrži bar m različitih riječi, onda Leki može popuniti ploču na opisani način, bez obzira na koje riječi se nalaze u \mathcal{D} ?

Language: Bosnian

Vrijeme: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova

Zadaci se ne smiju dijeliti to nedjelje 16. aprila, 22:00 UTC (00:00 (ponedjeljak) srednjoevropsko ljetno vrijeme).