

Saturday, April 15, 2023

المسألة 1. يوجد $n \geq 3$ عددًا صحيحًا موجبًا a_1, a_2, \dots, a_n . لكل $1 \leq i \leq n$ فرضنا $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (هنا نعرف a_0 بأنها a_n و a_{n+1} بأنها a_1). بفرض أن لكل i, j في المدى من 1 إلى n ، لدينا $a_i \leq a_j$ إذا وفقط إذا كان $b_i \leq b_j$. أثبت أن $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

المسألة 2. معطى أن ABC مثلث حاد الزوايا. لتكن D نقطة على دائرته المحيطة بحيث AD قطر. افترض أن النقطتين K, L على القطعتين المستقيمتين AB, AC تواليًا، وأن DK, DL مماسان للدائرة AKL . برهن أن KL يمر بنقطة تقاطع ارتفاعات المثلث ABC .

المسألة 3. ليكن k عددًا صحيحًا موجبًا. لدى ليكسي قاموس \mathcal{D} يتكون من عدة سلاسل بها k حرفًا تحتوي فقط على الحرفين A, B . تريد ليكسي كتابة إما حرف A أو حرف B في كل خلية من شبكة $k \times k$ بحيث يحتوي كل عمود على سلسلة من \mathcal{D} عندما نقرأ من أعلى لأسفل ويحتوي كل صف على سلسلة من \mathcal{D} عند القراءة من اليسار لليمين. ما هو أصغر عدد صحيح m بحيث إذا كان \mathcal{D} يحتوي على m سلسلة مختلفة على الأقل، فيمكن لليكسي ملء شبكتها بهذه الطريقة، بغض النظر عن السلاسل الموجودة في \mathcal{D} ؟

Language: Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points

The problems are confidential until Sunday 16 April, 22:00 UTC (00:00 (Monday) Central European Summer Time).