



Language: **Albanian (Kosovo)**

Day: **1**

E shtunë, 15 prill, 2023

Detyrë 1. Janë dhënë $n \geq 3$ numra realë pozitivë a_1, a_2, \dots, a_n . Për çdo $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, le të jetë $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (këtu përkufizojmë a_0 të jetë a_n dhe a_{n+1} të jetë a_1). Supozojmë se për çdo i dhe j në bashkësinë $\{1, 2, \dots, n\}$, kemi $a_i \leq a_j$ atëherë dhe vetëm atëherë kur $b_i \leq b_j$.

Tregoni se $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Detyrë 2. Është dhënë trekëndëshi këndngushtë ABC . Le të jetë D pika në rrethin e jashtëshkruar të trekëndëshit të dhënë, e tillë që AD është diametër i këtij rrethi. Supozojmë se pikat K dhe L ndodhen në segmentet AB dhe AC , përkatësisht, si dhe DK dhe DL janë tangjente ndaj rrethit AKL .

Tregoni se drejtëza KL kalon nëpër ortoqendrën e ABC .

Ortoqendra e një trekëndëshi është pika e prerjes së lartësive të tij.

Detyrë 3. Le të jetë k numër i plotë pozitiv. Leona ka një fjalor \mathcal{D} të përbërë nga disa vargje gërmash me gjatësi k që i përmbajnë vetëm gërmat A dhe B . Leona dëshiron të shkruajë ose gërmën A ose gërmën B në secilin katror njësi të një table $k \times k$ në menyrë që secila shtyllë përmban një varg nga \mathcal{D} kur lexohet nga lart-poshtë dhe secili rresht përmban një varg nga \mathcal{D} kur lexohet nga e majta në të djathtë.

Sa është numri më i vogël i plotë m i tillë që nëse \mathcal{D} ka të paktën m vargje të ndryshme, atëherë Leona mund të mbushë tabelën e saj në menyrën e përshkruar sipër, pavarësisht se cilat vargje janë në \mathcal{D} ?

Language: Albanian (Kosovo)

Koha e lejuar: 4 orë dhe 30 minuta
Secila detyrë vlerësohet me 7 pikë

Detyrat nuk duhet të shpërndahen deri të dielen, 16 prill, 22:00 UTC (00:00 (e hënë) sipas kohës verore të Evropës Qendrore).