



Language: **Albanian**

Day: **1**

E shtunë, 15 Prill 2023

Problemi 1. Jepen $n \geq 3$ numra realë pozitivë a_1, a_2, \dots, a_n . Për çdo i në bashkësinë $\{1, 2, \dots, n\}$ le të jetë $b_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{a_i}$ (këtu konsiderohet a_0 të jetë a_n dhe a_{n+1} të jetë a_1). Supozohet që për çdo i dhe j në bashkësinë $\{1, 2, \dots, n\}$, është e vërtetë që $a_i \leq a_j$ atëherë dhe vetëm atëherë kur $b_i \leq b_j$.

Vërtetoni që $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Problemi 2. Jepet një trekëndësh këndngushtë ABC . Le të jetë D pika në rrethin e jashtëshkruar trekëndëshit të dhënë e tillë që AD është diametër i këtij rrethi. Dihet që pikat K dhe L ndodhen në segmentet AB dhe AC , respektivisht, si dhe DK dhe DL janë tangjente ndaj rrethit AKL .

Vërtetoni që drejtëza KL kalon nga ortoqendra e trekëndëshit ABC .

Ortoqendra e një trekëndëshi është pika e prerjes së lartësive të tij.

Problemi 3. Le të jetë k një numër i plotë pozitiv. Leksi ka një fjalor \mathcal{D} i cili përbëhet nga vargje prej k -gërmash të cilat përmbajnë vetëm gërmat A dhe B . Leksi dëshiron të shkruajë ose gërmën A ose gërmën B në secilin katror njësi të një tablele katrore me përmasa $k \times k$ në mënyrë të tillë që çdo shtyllë përmban një varg nga \mathcal{D} kur lexohet nga lart-poshtë dhe çdo rresht përmban një varg nga \mathcal{D} kur lexohet nga e majta në të djathtë.

Cili është numri i plotë më i vogël m i tillë që në qoftë se \mathcal{D} përmban të paktën m vargje të ndryshme, atëherë Leksi mund të mbushë tabelën në mënyrën e përshkruar më sipër, pavarësisht se cilat vargje ndodhen në \mathcal{D} ?

Language: Albanian

Koha e lejuar: 4 orë dhe 30 minuta
Secili problem vlen 7 pikë

**Problemat të mbahen në konfidencialitet deri te Diel 16 Prill, 22:00 UTC (00:00 (E hënë)
Koha Verore e Evropës Qëndrore).**