Language: **Slovenian**

Day: **2**

sobota, 9. april 2022

Naloga 4. Naj bo dano naravno število $n \geq 2$. Poišči največje naravno število N, za katerega obstaja $N+1$ realnih števil $a_0, a_1, \ldots, a_N$, tako da velja:

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$, in

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ za $1 \leq k \leq N-1$.

Naloga 5. Za vsa naravna števila n, k naj bo $f(n, 2k)$ število možnosti, da tebelo velikosti $n \times 2k$ popolnoma pokrijemo z nk dominami velikosti 2×1. (Na primer, $f(2,2) = 2$ in $f(3,2) = 3$.)
Poišči vsa naravna števila n, pri katerih je za vsak $k \in \mathbb{N}$ število $f(n, 2k)$ liho.

Naloga 6. Naj bo $ABCD$ tetivni štirikotnik s središčem očrtane krožnice O. Naj se simetrali notranjih kotov pri A in B sekata v X, naj se simetrali notranjih kotov pri B in C sekata v Y, naj se simetrali notranjih kotov pri C in D sekata v Z, in naj se simetrali notranjih kotov pri D in A sekata v W. Naj bo P presečišče premic AC in BD. Naj bodo točke X, Y, Z, W, O in P različne.

Dokaži, da so točke O, X, Y, Z in W koncikliène natanko tedaj, ko so konciklične točke P, X, Y, Z in W.

Language: Slovenian

Čas pisanja: 4 ure in 30 minut
Vsaka naloga je vredna 7 točk

Da bo tekmovanje pošteno za vse, ni dovoljeno objaviti ali kakorkoli omeniti nalog na internetu ter socialnih omrežjih do nedelje, 10. aprila.