Language: **Serbian**

Day: **2**

subota 9.4.2022.

Zadatak 4. Za dat prirodan broj $n \geq 2$, odrediti najveći prirodan broj N takav da postoji $N+1$ realnih brojeva $a_0, a_1, \ldots, a_N$ za koje važi

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$, i

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$, za $1 \leq k \leq N-1$.

Zadatak 5. Za sve prirodne brojeve n i k, neka je $f(n, 2k)$ broj načina da se $n \times 2k$ tabla potpuno pokrije sa nk domina dimenzija 2×1. (Na primer, $f(2,2) = 2$ i $f(3,2) = 3$.)
Naći sve prirodne brojeve n takve da je za svako k broj $f(n, 2k)$ neparan.

Zadatak 6. Neka je $ABCD$ tetivni četvorougao kome je O centar opisane kružnice. Neka se simetrale unutrašnjih uglova kod A i B seku u tački X, simetrale unutrašnjih uglova kod B i C seku u tački Y, simetrale unutrašnjih uglova kod C i D seku u tački Z, i simetrale unutrašnjih uglova kod D i A seku u tački W. Konačno, neka se AC i BD seku u tački P. Pretpostavimo da su tačke X, Y, Z, W, O i P sve međusobno različite.

Dokazati da O, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici ako i samo ako P, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici.

Language: Srpski

Vreme za rad: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vredi 7 poena.

Da bi takmičenje proteklo u fer atmosferi, molim vas da ne pominjete ništa vezano za zadatke na internetu ili društvenim mrežama do subote 9. aprila u 23.59.