Language: **Russian**

Day: **2**

Суббота, 9 апреля 2022 г.

Задача 4. Для каждого натурального числа $n \geq 2$ определите наибольшее натуральное число N, для которого существуют $N+1$ вещественных чисел $a_0, a_1, \ldots, a_N$ таких, что

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$,

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ при $1 \leq k \leq N-1$.

Задача 5. Для каждой пары натуральных чисел n и k через $f(n, 2k)$ обозначим количество способов, которыми можно полностью накрыть доску размера $n \times 2k$ при помощи nk доминошек размера 2×1. (Например, $f(2,2) = 2$ и $f(3,2) = 3$.)
Найдите все натуральные числа n такие, что для каждого натурального числа k число $f(n, 2k)$ нечётно.

Задача 6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с центром O. Биссектрисы внутренних углов с вершинами A и B пересекаются в точке X, биссектрисы внутренних углов с вершинами B и C пересекаются в точке Y, биссектрисы внутренних углов с вершинами C и D пересекаются в точке Z, а биссектрисы внутренних углов с вершинами D и A пересекаются в точке W. Прямые AC и BD пересекаются в точке P. Предположим, что точки X, Y, Z, W, O и P различны.

Докажите, что точки O, X, Y, Z и W лежат на одной окружности тогда и только тогда, когда точки P, X, Y, Z и W лежат на одной окружности.

Language: Русский

Время работы: 4 часа и 30 минут
Каждая задача оценивается в 7 баллов

Чтобы олимпиада была честной и доставила всем удовольствие, пожалуйста, не упоминайте и не пишите ничего про задачи в интернете и любых социальных сетях до 01:00 ночи 10 апреля по минскому времени.