Language: **Norwegian**

Day: **2**

Lørdag 9. april 2022

Oppgave 4. La $n \geq 2$ være et positivt heltall. Bestem det største positive heltallet N slik at det finnes $N + 1$ reelle tall $a_0, a_1, \ldots, a_N$ slik at

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, og

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ for $1 \leq k \leq N - 1$.

Oppgave 5. For alle positive heltall n og k betegner $f(n, 2k)$ antallet måter et $n \times 2k$ brett kan dekkes fullstendig av nk dominobrikker av størrelse 2×1. (For eksempel er $f(2, 2) = 2$ og $f(3, 2) = 3$.) Finn alle positive heltall n slik at tallet $f(n, 2k)$ er odde for alle positive heltall k.

Oppgave 6. La $ABCD$ være en syklisk firkant med omsenter O. La de indre vinkelhalveringslinjene fra A og B skjære hverandre i X, de indre vinkelhalveringslinjene fra B og C skjære hverandre i Y, de indre vinkelhalveringslinjene fra C og D skjære hverandre i Z og de indre vinkelhalveringslinjene fra D og A skjære hverandre i W. La videre AC og BD skjære hverandre i P. Anta at punktene X, Y, Z, W, O og P er forskjellige.
Vis at O, X, Y, Z og W ligger på en sirkel hvis og bare hvis P, X, Y, Z og W ligger på en sirkel.

Language: Norwegian

Tid til disposisjon: 4 timer og 30 minutter
Hver oppgave er verdt 7 poeng

For å gjøre dette til en rettferdig konkurranse for alle ber vi om at du ikke nevner eller snakker om oppgavene på internett eller sosiale medier før lørdag 9. april kl. 22:00 UTC (søndag kl. 00:00 norsk tid).