



2022 оны 4 сарын 9 (Бямба)

Бодлого 4. Эерэг бүхэл  $n \geq 2$  тооны хувьд дараах нөхцөлүүдийг хангах  $N+1$  ширхэг  $a_0, a_1, \dots, a_N$  бодит тоонууд олддог байх хамгийн их эерэг бүхэл  $N$  тоог ол.

$$(1) a_0 + a_1 = -\frac{1}{n} \text{ ба}$$

$$(2) \text{ дурын } 1 \leq k \leq N-1 \text{ хувьд } (a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}.$$

Бодлого 5. Дурын эерэг бүхэл  $n, k$  тоонуудын хувьд  $n \times 2k$  хөлгийг  $nk$  ширхэг  $2 \times 1$  хэмжээтэй доминогоор бүрэн бүрхэх боломжийн тоог  $f(n, 2k)$  гээ. (Жишээлбэл  $f(2, 2) = 2$  ба  $f(3, 2) = 3$ .) Дурын эерэг бүхэл  $k$  тооны хувьд  $f(n, 2k)$  тоо сондгой байдаг бүх эерэг бүхэл  $n$  тоог ол.

Бодлого 6.  $ABCD$  дөрвөн өнцөгт  $O$  төвтэй тойрогт багтсан.  $A$  ба  $B$  өнцгүүдийн дотоод биссектрисүүд  $X$  цэгт огтлолцдог,  $B$  ба  $C$  өнцгүүдийн дотоод биссектрисүүд  $Y$  цэгт огтлолцдог,  $C$  ба  $D$  өнцгүүдийн дотоод биссектрисүүд  $Z$  цэгт огтлолцдог,  $D$  ба  $A$  өнцгүүдийн дотоод биссектрисүүд  $W$  цэгт огтлолцдог гээ. Мөн  $AC$  ба  $BD$  нь  $P$  цэгт огтлолцдог гээ. Энд  $X, Y, Z, W, O, P$  цэгүүд ялгаатай байдаг гээ.

$O, X, Y, Z, W$  цэгүүд нэг тойрог дээр байх зайлшгүй бөгөөд хүрэлцээтэй нөхцөл нь  $P, X, Y, Z, W$  цэгүүд нэг тойрог дээр байх гэж батал.