EGMO 2022 Hungary Eger
European Girls' Mathematical Olympiad

Language: **Macedonian**

Day: **2**

Сабота, Април 9, 2022

Задача 4. За даден природен број $n \geq 2$, одреди го најголемиот природен број N, кој може да зависи од дадениот број и за кој постојат $N+1$ реални броеви $a_0, a_1, \ldots, a_N$ за кои важи

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$ и

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ за $1 \leq k \leq N-1$.

Задача 5. За сите природни броеви n, k, со $f(n, 2k)$ го означуваме бројот на начини на кои може $n \times 2k$ табла целосно да се покрие со точно nk домина со димензија 2×1. (Така на пример, $f(2,2) = 2$ и $f(3,2) = 3$.)
Одреди ги сите природни броеви n такви што, за секој природен број k, бројот $f(n, 2k)$ е непарен.

Задача 6. Нека $ABCD$ е тетивен четириаголник чиј центар на опишана кружница е точката O. Пресекот на симетралите на внатрешните агли во темињата A и B е точката X, пресекот на симетралите на внатрешните агли во темињата B и C е точката Y, пресекот на симетралите на внатрешните агли во темињата C и D е точката Z, и пресекот на симетралите на внатрешните агли во темињата D и A е точката W. Нека, правите AC и BD се сечат во точката P. Претпостави дека сите точки X, Y, Z, W, O и P се различни.

Докажи дека точките O, X, Y, Z и W лежат на иста кружница ако и само ако точките P, X, Y, Z и W лежат на истата таа кружница.

Language: Macedonian

Време: 4 часа и 30 минути
Секоја задача носи 7 поени

За натпреварот да биде фер и вреден за паметење за сите учесници, Ве молиме не зборувајте и не се повикувајте на задачите на интернет ниту пак на социјалните мрежи, заклучно со сабота 9 April, 22:00 UTC (00:00 (недела) по централно европско време (CET)).