



Sestdiena, 2022. gada 9. aprīlis

4.uzdevums. Dots naturāls skaitlis $n \geq 2$, noteikt lielāko naturālo skaitli N , kam eksistē $N + 1$ reāli skaitļi a_0, a_1, \dots, a_N un izpildās sekojoši nosacījumi:

$$(1) \quad a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}, \text{ un}$$

$$(2) \quad (a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1} \text{ katram } 1 \leq k \leq N - 1.$$

5.uzdevums. $f(n, 2k)$ ir kombināciju skaits, cik dažādos veidos $n \times 2k$ laukumu var pilnībā noklāt ar nk domino kauliņiem ar izmēru 2×1 visiem naturāliem skaitļiem n un k . (Piemēram, $f(2, 2) = 2$ un $f(3, 2) = 3$.)

Atrast visus tādus naturālus skaitļus n , ka katram naturālam skaitlim k skaitlis $f(n, 2k)$ ir nepāra.

6.uzdevums. Ap četrstūri $ABCD$ ir apvilta riņķa līnija ar centru punktā O . A un B iekšējo leņķu bisektrises krustojas punktā X , B un C iekšējo leņķu bisektrises krustojas punktā Y , C un D iekšējo leņķu bisektrises krustojas punktā Z , un D un A iekšējo leņķu bisektrises krustojas punktā W . AC un BD krustojas punktā P . Punkti X, Y, Z, W, O un P ir atšķirīgi.

Pierādīt, ka ap punktiem O, X, Y, Z un W var apvilkt riņķa līniju tad un tikai tad, ja ap punktiem P, X, Y, Z un W var apvilkt riņķa līniju.