EGMO 2022 Hungary Eger
European Girls' Mathematical Olympiad

Language: **Japanese**

Day: **2**

*2022 年 4 月 9 日 (土曜日)*

**問題 4.** $n$ を 2 以上の正の整数とする．以下の 2 つの条件をともにみたす $N+1$ 個の実数 $a_0, a_1, \ldots, a_N$ が存在するような正の整数 $N$ のうち，最大のものを求めよ．

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$

(2) $1 \leqq k \leqq N-1$ なるすべての整数 $k$ に対して $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ となる．

**問題 5.** 正の整数 $n$, $k$ に対して，$n \times 2k$ のマス目を $nk$ 個の $2 \times 1$ のドミノで敷き詰める方法の個数を $f(n, 2k)$ で表す．（たとえば，$f(2,2) = 2$, $f(3,2) = 3$ である．）正の整数 $n$ であって，任意の正の整数 $k$ に対して $f(n, 2k)$ が奇数となるようなものをすべて求めよ．

**問題 6.** 四角形 $ABCD$ を点 $O$ を中心とする円に内接する四角形とする．角 $A$ と角 $B$ の内角の二等分線が点 $X$ で交わっている．さらに，角 $B$ と角 $C$ の内角の二等分線が点 $Y$ で，角 $C$ と角 $D$ の内角の二等分線が点 $Z$ で，角 $D$ と角 $A$ の内角の二等分線が点 $W$ で交わっている．また，$AC$ と $BD$ は点 $P$ で交わっている．ただし，$X$, $Y$, $Z$, $W$, $O$, $P$ は相異なる点とする．

このとき，$O$, $X$, $Y$, $Z$, $W$ が同一円周上にあることと，$P$, $X$, $Y$, $Z$, $W$ が同一円周上にあることが同値であることを示せ．



時間: 4 時間 30 分
各問 7 点

**このコンテストを全員にとって公平で楽しいものにするため，4 月 10 日 (日曜日) の日本標準時 7 時 (協定世界時 4 月 9 日 22 時) まで問題についてインターネット・SNS で言及してはならない．**