Language: **Hungarian**

Day: **2**

2022. április 9. szombat

Feladat 4. Adott $n \geq 2$ pozitív egész számra határozzuk meg a legnagyobb pozitív egész N számot, amire létezik $N+1$ valós szám $a_0, \ldots, a_N$ úgy, hogy

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$, és

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ minden $1 \leq k \leq N-1$-re.

Feladat 5. Tetszőleges pozitív egész n, k számokra jelölje $f(n, 2k)$ azt a számot, ahányféleképpen egy $n \times 2k$-as tábla teljesen lefedhető nk darab 2×1-es dominóval. (Például $f(2,2) = 2$ és $f(3,2) = 3$.) Keressük meg az összes olyan pozitív egész n számot, amire minden pozitív egész k szám esetén $f(n, 2k)$ páratlan.

Feladat 6. Legyen $ABCD$ egy húrnégyszög, a körülírt körének középpontját jelöljük O-val. Az A és B pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen X, a B és C pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Y, a C és D pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen Z, valamint a D és A pontokból húzott belső szögfelezők metszéspontja legyen W. Továbbá, az AC és BD egyenesek metszéspontja legyen P. Tegyük fel, hogy az X, Y, Z, W, O és P pontok mind különbözőek.

Bizonyítsuk be, hogy az O, X, Y, Z és W pontok pontosan akkor fekszenek egy körön, ha a P, X, Y, Z és W pontok egy körön fekszenek.

Language: Hungarian

Idő: 4 óra 30 perc
Minden feladat 7 pontot ér

Annak érdekében, hogy a verseny mindenki számára igazságos és élvezetes legyen, kérjük, hogy ne említsétek vagy utaljatok a feladatokra az interneten, vagy a szociális hálón április 9. szombat 22:00 UTC-ig (magyar idő szerint éjfélig).