



יום שבת, 9 באפריל, 2022

**שאלה 4.** בהינתן שלם חיובי  $n \geq 2$ , מצאי את השלם החיובי הגדול ביותר  $N$  עבורו קיימים  $N + 1$  מספרים ממשיים  $a_0, a_1, \dots, a_N$  כך שמתקיים

$$a_0 + a_1 = -\frac{1}{n} \quad (1) \text{ וגם}$$

$$(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1} \quad (2) \text{ לכל } 1 \leq k \leq N - 1.$$

**שאלה 5.** לכל  $n, k$  שלמים חיוביים, נסמן ב- $f(n, 2k)$  את מספר הדרכים בהן ניתן לכסות לוח בגודל  $n \times 2k$  באמצעות  $nk$  אבני דומינו בגודל  $2 \times 1$ . (לדוגמה,  $f(3, 2) = 3$  ו- $f(2, 2) = 2$ ). מצאי את כל השלמים החיוביים  $n$  עבורם מתקיים שלכל  $k$  שלם חיובי, המספר  $f(n, 2k)$  הוא אי-זוגי.

**שאלה 6.** יהא  $ABCD$  מרובע החסום במעגל עם מרכז  $O$ . נסמן ב- $X$  את נקודת החיתוך של חוצי הזוויות הפנימיים של  $A$  ושל  $B$ , ב- $Y$  את נקודת החיתוך של חוצי הזוויות הפנימיים של  $B$  ושל  $C$ , ב- $Z$  את נקודת החיתוך של חוצי הזוויות הפנימיים של  $C$  ושל  $D$ , וב- $W$  את נקודת החיתוך של חוצי הזוויות הפנימיים של  $D$  ושל  $A$ . בנוסף, נסמן ב- $P$  את נקודת החיתוך של  $AC$  ו- $BD$ . נניח כי הנקודות  $X, Y, Z, W, O, P$  שונות זו מזו. הוכיח כי הנקודות  $O, X, Y, Z, W$  נמצאות על מעגל אחד אם ורק אם הנקודות  $P, X, Y, Z, W$  נמצאות על מעגל אחד.

Language: Hebrew

משך הבחינה 4 שעות ו-30 דקות  
כל שאלה שווה 7 נקודות

על מנת שהתחרות תהיה הוגנת ומהנה עבור כולן, אנא אל תצייני או תתייחסי לשאלות באינטרנט או ברשתות החברתיות עד ליום ראשון ה-10 באפריל, בשעה 00:00 (שעון הונגריה).