Language: **Dutch**

Day: **2**

Zaterdag 9 april 2022

Opgave 4. Laat $n \geq 2$ een gegeven geheel getal zijn. Bepaal het grootste (strikt) positieve gehele getal N waarvoor er $N+1$ reële getallen $a_0, a_1, \ldots, a_N$ bestaan zodat

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, en

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ voor alle $1 \leq k \leq N-1$.

Opgave 5. Voor alle (strikt) positieve gehele getallen n, k, definiëren we $f(n, 2k)$ als het aantal manieren om een $n \times 2k$-bord compleet te overdekken met nk dominostenen van grootte 2×1. Dit betekent dat elke steen op exact twee vakjes ligt en de stenen niet mogen overlappen of uitsteken. Er geldt bijvoorbeeld dat $f(2,2) = 2$ en $f(3,2) = 3$.

Bepaal alle (strikt) positieve gehele getallen n zodat voor elk (strikt) positief geheel getal k het getal $f(n, 2k)$ oneven is.

Opgave 6. Laat $ABCD$ een koordenvierhoek zijn en O middelpunt van de omgeschreven cirkel. X is het snijpunt van de binnenbissectrices (binnendeellijnen) van A en B, Y het snijpunt van de binnenbissectrices van B en C, Z het snijpunt van de binnenbissectrices van C en D en tot slot is W het snijpunt van de binnenbissectrices van A en D. Laat P het snijpunt zijn van AC en BD en veronderstel dat de punten X, Y, Z, W, O en P allemaal verschillend zijn.

Bewijs dat de punten O, X, Y, Z en W op één cirkel liggen dan en slechts dan als de punten P, X, Y, Z en W op één cirkel liggen.

Beschikbare tijd: 4 huur en 30 minuten
Elke opgave is 7 punten waard

Om de wedstrijd voor iedereen eerlijk en leuk te houden, is het verboden om op sociale media of op het internet de opgaven te publiceren of om daar naar de opgaven te verwijzen tot en met zaterdag 9 april 23:59 (Nederlandse en Hongaarse tijd).