EGMO Hungary | 2022 Eger

European Girls' Mathematical Olympiad

Language: **Danish**

Day: **2**

Lørdag d. 9. april 2022

Opgave 4. Lad $n \geq 2$ være et positivt helt tal. Bestem det største positive hele tal N så der eksisterer $N+1$ reelle tal $a_0, a_1, \ldots, a_N$ så

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, og

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ for $1 \leq k \leq N-1$.

Opgave 5. For alle positive hele tal n og k betegner $f(n, 2k)$ antal måder et $n \times 2k$ bræt kan dækkes fuldstændigt af nk dominobrikker af størrelse 2×1. (For eksempel er $f(2,2) = 2$ og $f(3,2) = 3$.)
Find alle positive hele tal n så tallet $f(n, 2k)$ er ulige for alle positive hele tal k.

Opgave 6. Lad $ABCD$ være en indskrivelig firkant hvis omskrevne cirkel har centrum O. Lad de indre vinkelhalveringslinjer til A og B skære hinanden i X, de indre vinkelhalveringslinjer til B og C skære hinanden i Y, de indre vinkelhalveringslinjer til C og D skære hinanden i Z og de indre vinkelhalveringslinjer til D og A skære hinanden i W. Lad desuden AC og BD skære hinanden i P. Antag at punkterne X, Y, Z, W, O og P er forskellige.
Vis at O, X, Y, Z og W ligger på en cirkel hvis og kun hvis P, X, Y, Z og W ligger på en cirkel.

Language: Danish

Varighed: 4 timer og 30 minutter
Hver opgave er 7 point værd

For at sikre en fair konkurrence for alle må du ikke omtale eller henvise til opgaverne på internettet eller sociale medier før lørdag d. 9. april klokken 22:00 UTC (søndag klokken 00:00 dansk tid).