Language: **Croatian**

Day: **2**

Subota, 9. travnja, 2022.

Zadatak 4. Neka je $n \geq 2$ prirodan broj. Odredi najveći prirodan broj N za koji postoji $N+1$ realnih brojeva $a_0, a_1, \ldots, a_N$ takvih da je

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, i

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ za $1 \leq k \leq N-1$.

Zadatak 5. Za sve prirodne brojeve n, k, neka je $f(n, 2k)$ broj načina na koje je $n \times 2k$ ploču moguće potpuno prekriti s nk domina veličine 2×1. (Na primjer, $f(2,2) = 2$ i $f(3,2) = 3$.)
Odredi sve prirodne brojeve n takve da za svaki prirodan broj k vrijedi da je broj $f(n, 2k)$ neparan.

Zadatak 6. Neka je $ABCD$ tetivni četverokut i neka je O središte njemu opisane kružnice. Simetrale unutarnjih kuteva kod vrhova A i B sijeku se u X, simetrale unutarnjih kuteva kod vrhova B i C sijeku se u Y, simetrale unutarnjih kuteva kod vrhova C i D sijeku se u Z, i simetrale unutarnjih kuteva kod vrhova D i A sijeku se u W. Nadalje, neka je P točka presjeka pravaca AC i BD. Pretpostavimo da su točke X, Y, Z, W, O i P sve različite.

Dokaži da točke O, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici ako i samo ako točke P, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici.

Language: Croatian

Vrijeme pisanja: 4 sata i 30 minuta
Svaki zadatak vrijedi 7 bodova

Da bi natjecanje bilo pošteno, molimo vas da ne pričate o zadacima i ne spominjete ih na internetu ili bilo kakvim društvenim medijima do subote, 9. travnja u 23:59.