Language: **Bulgarian**

Day: **2**

Събота, 9 Април, 2022

Задача 4. За всяко $n \geq 2$ определете най-голямото естествено число N, за което съществуват $N+1$ реални числа $a_0, a_1, \ldots, a_N$, такива че:

1. $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$ и
2. $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ за всяко $1 \leq k \leq N-1$

Задача 5. За всеки две естествени числа n и k нека $f(n, 2k)$ е броят начини, по които дъска с размери $n \times 2k$ може да бъде изцяло покрита с nk на брой домина с размери 2×1. (Например, $f(2,2) = 2$ и $f(3,2) = 3$.) Намерете всички естествени числа n, за които за всяко естествено число k числото $f(n, 2k)$ е нечетно.

Задача 6. Нека $ABCD$ е вписан четириъгълник с център на описаната окръжност O. Нека вътрешните ъглополовящи при върховете A и B се пресичат в точка X, вътрешните ъглополовящи при върховете B и C се пресичат в точка Y, вътрешните ъглополовящи при върховете C и D се пресичат в точка Z и вътрешните ъглополовящи при върховете D и A се пресичат в точка W. Освен това нека AC пресича BD в точка P. Предполагаме, че точките X, Y, Z, W, O и P са различни.

Докажете, че O, X, Y, Z и W лежат на една окръжност тогава и само тогава, когато P, X, Y, Z и W лежат на една и съща окръжност.

Language: Български

Време: 4 часа и 30 минути

Всяка задача се оценява със 7 точки

За да бъде състезанието честно и приятно преживяване за всички, моля не споделяйте задачите или части от тях в Интернет и в социалните мрежи до събота, 9 април, 23:59.