



Subota, 9. april 2022.

Zadatak 4. Za dati prirodan broj $n \geq 2$, odrediti najveći prirodan broj N za koji postoji $N + 1$ realnih brojeva a_0, a_1, \dots, a_N takvih da vrijedi

$$(1) \quad a_0 + a_1 = -\frac{1}{n};$$

$$(2) \quad (a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1} \text{ za } 1 \leq k \leq N - 1.$$

Zadatak 5. Za sve prirodne brojeve n, k , neka je $f(n, 2k)$ broj načina da se poploča ploča $n \times 2k$ sa nk domina formata 2×1 . (Na primjer, $f(2, 2) = 2$ i $f(3, 2) = 3$.)

Naći sve prirodne brojeve n takve da za svaki prirodan broj k vrijedi da je broj $f(n, 2k)$ neparan.

Zadatak 6. Neka je $ABCD$ tetivni četverougao sa centrom opisane kružnice O . Neka se simetrale unutrašnjih uglova kod vrhova A i B sijeku u X , simetrale unutrašnjih uglova kod B i C u Y , simetrale unutrašnjih uglova kod C i D u Z , i simetrale unutrašnjih uglova kod D i A u W . Dalje, neka se AC i BD sijeku u P . Pretpostavimo da su sve tačke X, Y, Z, W, O i P različite.

Dokazati da O, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici ako i samo ako tačke P, X, Y, Z i W leže na istoj kružnici.