EGMO 2022
Hungary | Eger
European Girls' Mathematical Olympiad

Language: Arabic (Syrian)

Day: 2

السبت 9 نيسان 2022

المسألة 4. ليكن $n \geq 2$ عدداً صحيحاً. حدّدي أكبر عدد صحيح موجب تماماً N يوجد في حالته $N+1$ عدداً حقيقياً $a_0, a_1, \ldots, a_N$ بحيث :

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$، و

(2) في حالة $1 \leq k \leq N-1$ يكون لدينا $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$.

المسألة 5. أياً كان العددان الصحيحان الموجبان تماماً n و k، يمثّل $f(n,2k)$ عدد الطرائق التي يمكن فيها تغطية رقعة بعداها $n \times 2k$ تغطية كاملة بعدد nk من قطع الدومينو ذات الأبعاد 1×2. (مثلاً $f(2,2) = 2$ و $f(3,2) = 3$). أوجدي كل الأعداد الصحيحة الموجبة تماماً n التي يكون عندها $f(n,2k)$ عدداً فردياً أياً كان العدد الطبيعي الموجب تماماً k.

المسألة 6. ليكن $ABCD$ رباعياً دائرياً، وليكن O مركز الدائرة المارة برؤوسه. يتقاطع المنصفان الداخليان للزاويتين A و B في X، وكذلك يتقاطع المنصفان الداخليان للزاويتين B و C في Y، ويتقاطع المنصفان الداخليان للزاويتين C و D في Z، وأخيراً يتقاطع المنصفان الداخليان للزاويتين D و A في W. إضافة إلى ما سبق يتقاطع AC و BD في P. نفترض أنّ النقاط P, O, W, Z, Y, X مختلفة. أثبتي أنّ O, X, Y, Z, W تقع على دائرة واحدة إذا وفقط إذا وقعت النقاط P, X, Y, Z, W على دائرة واحدة.

Language: Arabic(Syrian)

المدة: أربع ساعات وثلاثون دقيقة
لكلّ مسألة سبع درجات.

بهدف جعل هذه المسابقة عادلة وممتعة للجميع، يرجى عدم ذكر المسائل أو الإشارة إليها على الانترنت ولا على وسائل التواصل الاجتماعي حتى يوم الأحد 10 نيسان الساعة 01 صباحاً بتوقيت دمشق.