EGMO 2022
Hungary | Eger
European Girls' Mathematical Olympiad

Language: Arabic

Day: 2

Saturday, April 9, 2022

المسألة 4. لدينا عدد صحيح موجب $n \geq 2$، عين أكبر عدد صحيح موجب N بحيث يوجد $N+1$ من الأعداد الحقيقية $a_0, a_1, \ldots, a_N$ تحقق أن:

$$a_0 + a_1 = -\frac{1}{n} \quad (1)$$

$$(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1} \quad (2)$$

لكل $1 \leq k \leq N-1$.

المسألة 5. لكل عددين صحيحين موجبين n, k، ليكن $f(n, 2k)$ هو عدد الطرق الممكنة لتغطية رقعة $n \times 2k$ بعدد nk من قطع الدومينو من النوع 1×2. (على سبيل المثال $f(2,2) = 2, f(3,2) = 3$). أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة n لكل عدد صحيح موجب k، يكون العدد $f(n, 2k)$ فرديًا.

المسألة 6. ليكن $ABCD$ رباعيًا دائريًا، ومركز دائرته المحيطة O. ليكن المنصفين الداخليين للزاويتين A, B يتقاطعان في X، المنصفين الداخليين للزاويتين B, C يتقاطعان في Y، المنصفين الداخليين للزاويتين C, D يتقاطعان في Z، المنصفين الداخليين للزاويتين D, A يتقاطعان في W. ليكن AC و BD يتقاطعان في P. بفرض أن النقاط O, P, W, Z, Y, X مختلفة.

أثبت أن O, X, Y, Z, W تقع على نفس الدائرة، إذا وفقط إذا كانت النقاط P, X, Y, Z, W تقع على نفس الدائرة.

Language: Arabic

Time: 4 hours and 30 minutes
Each problem is worth 7 points

لجعل هذه المسابقة عادلة وممتعة للجميع، يرجى عدم ذكر أو الإشارة إلى المسائل على الإنترنت أو على وسائل التواصل الاجتماعي حتى يوم السبت ٩ أبريل، الساعة ٢٢:٠٠ بالتوقيت العالمي المنسق (١٥:٠٠ بتوقيت المحيط الهادئ الصيفي، ٠٠:٠٠ (الأحد) التوقيت الصيفي لأوروبا الوسطى، ٠٨:٠٠ (الأحد) التوقيت الأسترالي الشرقي القياسي).