



E shtune, 9 prill 2022

Detyra 4. Për numrin natyror $n \geq 2$, caktoni numrin më të madh natyror N për të cilin ekzistojnë $N + 1$ numra realë a_0, a_1, \dots, a_N të tillë që

$$(1) \quad a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}, \text{ dhe}$$

$$(2) \quad (a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1} \text{ për } 1 \leq k \leq N - 1.$$

Detyra 5. Për të gjithë numrat natyrorë n, k , le të jetë $f(n, 2k)$ numri i mënyrave për të mbuluar plotësisht tabelën $n \times 2k$ me nk domino të madhësisë 2×1 . (Për shembull, $f(2, 2) = 2$ dhe $f(3, 2) = 3$.) Caktoni të gjithë numrat natyrorë n të tillë që për çdo numër natyror k , numri $f(n, 2k)$ është tek.

Detyra 6. Le të jetë $ABCD$ një katërkëndësh ciklik me qendër të rrethit të jashtëshkruar O . Simetralet e këndeve të brendshme në A dhe B le të priten në X , simetralet e këndeve të brendshme në B dhe C le të priten në Y , simetralet e këndeve të brendshme në C dhe D le të priten në Z , dhe simetralet e këndeve të brendshme në D dhe A le të priten në W . Më tej, AC dhe BD le të priten në P . Supozojmë se pikat X, Y, Z, W, O dhe P janë të ndryshme.

Tregoni se O, X, Y, Z dhe W janë në të njëjtin rreth atëherë dhe vetëm atëherë kur P, X, Y, Z dhe W janë në të njëjtin rreth.

Gjuha: Shqip

Koha: 4 orë e 30 minuta
Secila detyrë vlerësohet me 7 pikë

Për ta bërë këtë garë të drejtë dhe të këndshme për të gjithë, ju lutemi mos i përmendni ose referoni problemet në internet apo në rrjete sociale deri të shtunen më 9 prill, 22:00 UTC (15:00 Ora e Paqësorit, 00:00 (e diel) Ora verore e Evropës Qendrore, 08:00 (e diel) Ora standarde e Australisë Lindore).