E shtunë, 9 Prill 2022

Problemi 4. Për numrin e plotë pozitiv të dhënë $n \geq 2$, përcaktoni numrin e plotë pozitiv më të madh N për të cilin gjenden $N+1$ numra realë $a_0, a_1, \ldots, a_N$ të tillë që

(1) $a_0 + a_1 = -\frac{1}{n}$, dhe

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ për $1 \leq k \leq N-1$.

Problemi 5. Për të gjithë numrat e plotë pozitivë n, k, le të jetë $f(n, 2k)$ numri i mënyrave të ndryshme që një dërrasë në formë drejtkëndëshe me përmasa $n \times 2k$ të mbulohet plotësisht me nk domino secila me përmasa 2×1. (Për shenbull, $f(2,2) = 2$ dhe $f(3,2) = 3$.)
Gjeni të gjithë numrat e plotë pozitivë n të tillë që për çdo numër të plotë pozitiv k, numri $f(n, 2k)$ është tek.

Problemi 6. Katërkëndëshi $ABCD$ brendashkruhet në një rreth me qendër O. Përgjysmoret e këndeve të brendshme A dhe B priten në pikën X, pérgjysmoret e këndeve të brendshme B dhe C priten në pikën Y, përgjysmoret e këndeve të brendshme C dhe D priten në pikën Z, dhe pérgjysmoret e këndeve të brendshme D dhe A priten në pikën W. Po kështu, AC dhe BD priten në pikën P. Supozohet se pikat X, Y, Z, W, O dhe P janë çdo dy të ndryshme nga njëra-tjetra.

Vërtetoni që O, X, Y, Z dhe W ndodhen në të njëjtin rreth atëherë dhe vetëm atëherë kur P, X, Y, Z dhe W ndodhen në të njëjtin rreth.

Koha: 4 orë dhe 30 minuta
Secili problem vlen 7 pikë

Për të realizuar një konkurs të drejtë dhe të këndshëm për të gjithë, ju lutemi të mos përmendni apo i referoni problemat në internet apo në media sociale deri të Diel datë 10 Prill, 00:00.